УЧЕБНИК ЗА ПРВА ГОДИНА ГИМНАЗИСКО ОБРАЗОВАНИЕ

ФИЗИКА I

Зоран Станковиќ

Мелита Станковиќ

Марија Велевска

lamina

ФИЗИКА I, учебник по предметот Физика за прва година гимназиско образование
Авторски права © 2025 Арс Ламина

Издава
Арс Ламина – публикации, Скопје 2025

Уредник
Бранка Бугариска

Автори
Зоран Станковиќ
Мелита Станковиќ
Марија Велевска

Стручна редакција
Доц. д-р Јана Богданоска, Институт за физика, Природно-математички факултет, УКИМ Скопје

Јазична редакција
Валентина Бачваровска

Дизајн
Pointer Creative Agency

Графичко и техничко уредување
Арс Ламина – публикации

Печати
Бранко Гапо - графичко производство, Скопје 2025

Тираж
4.500

Сите права се задржани. Ниту еден дел од оваа книга не смее да биде препечатуван или пренесуван во каква било форма или со какви било средства, електронски или механички, вклучувајќи и фотокопирање, документирање или да биде зачуван во систем за повторно пронаоѓање без писмена согласност од издавачот.

Овој учебник е одобрен за употреба во средното гимназиско образование, со Одлука за одобрување и употреба на учебник по наставниот предмет Физика за I година гимназиско образование број 26-922/1 од 25.08.2025, Министерство за образование и наука на Република Северна Македонија.

CIP - Каталогизација во публикација Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски", Скопје

53(075.3)=163.3

СТАНКОВИЌ, Зоран

Физика I : учебник по предметот Физика за прва година гимназиско образование / Зоран Станковиќ, Мелита Станковиќ, Марија Велевска. - Скопје : Арс Ламина-публикации, 2025 (Скопје : Бранко Гапо). - [264] стр. : илустр. ; 190x260 мм

Користена литература: стр. 263

ISBN 978-608-259-477-4

1. Станковиќ, Мелита [автор] 2. Велевска, Марија [автор]

COBISS.MK-ID 66764293

ПРЕДГОВОР

Физиката е еден од столбовите на природните науки. Таа ја проучува природата преку универзални закони и постојано го продлабочува човечкото разбирање за светот – од најмалите честички до галаксиите. Учебникот што е пред тебе е создаден со цел да те воведе во овој фасцинантен свет на откритија, логичко размислување и истражување, кои се основа на науката.

Овој учебник е наменет за учениците од прва година гимназиско образование и е усогласен со наставната програма. Содржините се разработени на начин преку кој се поттикнува љубопитноста, се развива аналитичко размислување и се создаваат навики за прецизно набљудување, мерење и користење на научниот метод. Преку различни примери од секојдневниот живот, практични задачи и експериментални активности, учениците ќе можат полесно да ја разберат природата на физичките поими.

Учебникот се отвора со теми што ги објаснуваат основите на научниот метод, мерните единици и физичките величини – алатки без кои науката не може да постои. Понатаму, се разработуваат теми како механичко движење, сили, енергија и флуиди, кои се основа на класичната физика. Посебно внимание е посветено на развојот на истражувачките вештини преку реални примери и задачи за самостојно размислување.

Се надеваме дека оваа книга ќе ти биде водич не само низ содржините на предметот Физика, туку и низ начинот на размислување на научниците. Нека те охрабри да поставуваш прашања, да експериментираш, да откриваш и да ја гледаш природата со поинакви очи – очи што ја бараат логиката и законите зад секојдневните појави.

На крајот, физиката не е само збир на формули и теории – таа е начин на разбирање на светот. Ти посакуваме инспиративно патување низ страниците на оваа книга.

Авторите

СОДРЖИНА

ТЕМА 1: Основи на научниот метод во физиката

1.1 Меѓународен систем на мерни единици 12

Физички величини 12
Основни и изведени физички величини и нивни единици 13
Скаларни и векторски физички величини 14

1.2 Научно истражување 17

Истражувањето на Марко: тела што паѓаат 17
Етапи во научниот метод 19
Основни поими и дефиниции за научното истражување 20
Обработка на научни резултати 20

Резиме 25

ТЕМА 1: ПРОВЕРИ КОЛКУ НАУЧИ 26

ТЕМА 2: Сили и движења

2.1 Механичко движење 30

Механичко движење, референтен систем, референтно тело 30
Релативност на движењето 31
Материјална точка 31
Траекторија, изминат пат, поместување 31

2.2 Рамномерно праволиниско движење 35

Положба на телото во текот на времето и брзина при рамномерно праволиниско движење 35
График на положбата на телото во текот на времето 37
График на изминат пат при рамномерно праволиниско движење 40
График на брзината при рамномерно праволиниско движење 41

2.3 Рамномерно забрзано праволиниско движење 45

Средна брзина 45
Моментна брзина 47
Забрзување 47
Рамномерно забрзано праволиниско движење 48
Закон за брзина кај рамномерно праволиниско забрзано движење 49
График на брзина кај рамномерно праволиниско забрзано движење 49

Експеримент: Мерење на брзина и забрзување на топче кое се тркала по накосена рамнина.

Резиме 58

2.4 Заемнодејство меѓу телата. Сила и ефекти на сила 59

Сила 59
Ефекти на сила 60
Маса 61

2.5 Видови сили 63

Гравитациони сили 63
Еластични сили 65
Експеримент: Определување на коефициент на еластичност на пружина 70
Сили на отпор на средината 71
Дијаграм на сили 76
Резултантна сила ($\vec{F}_R$) 78

2.6 Њутнови закони 81

Прв Њутнов закон 81
Инерцијални референтни системи 82
Масата како мерка за инертност на телата 82
Втор Њутнов закон 84
График на зависност на забрзувањето на телото под дејство на сила 84
Трет Њутнов закон 86
Решавање на задачи со видови сили и Њутнови закони 89

2.7 Импулс на тело и закон за запазување на импулсот 99

Импулс на тело 99
Импулс на сила 100
Закон за запазување на импулсот 102

Резиме 105

2.8 Движење по кружница 106

Рамномерно движење по кружница, линиска брзина, период и фреквенција 106
Агол на завртување и аголна брзина 108
Центрипетално забрзување 109
Тангенцијално забрзување и аголно забрзување 112

2.9 Гравитација 118

Гравитационо забрзување 120
Движење на планетите во Сончевиот Систем 122
Гравитационо поле и јачина на гравитационо поле 123

2.10 Движење и состојба на тело во поле на Земјина тежа 128

Слободно паѓање 129

Пад од голема височина 130
Вертикален истрел 133
Хоризонтален истрел 136
Бестежинска состојба 141
Реактивно движење 143
Прва космичка брзина 147

Резиме 152

2.11 Вртливо дејство на сила 154

Апсолутно цврсто тело 154
Ротационо движење на апсолутно цврсто тело околу неподвижна оска 154
Момент на сила 154
Момент на спрег на сили 157
Основен закон за динамика на ротационо движење 158
Момент на импулс 165
Закон за запазување на момент на импулс 167

Резиме 172

3.1 Механичка енергија 180

Кинетичка енергија 180

ТЕМА 2: ПРОВЕРИ КОЛКУ НАУЧИ 174

ТЕМА 3: Енергија

Потенцијална енергија 181

3.2 Работа и моќност 186

Механичка работа 186
Работа и кинетичка енергија 188
Работа и потенцијална енергија 192
Моќност 194
Коефициент на корисно дејство на машините 194

3.3 Закон за запазување на енергијата 197

Конзервативни сили и работа на конзервативни сили 197
Закон за запазување на механичката енергија 198
Неконзервативни сили 200
Закон за запазување на енергијата 200

Резиме 205

ТЕМА 3: ПРОВЕРИ КОЛКУ НАУЧИ 206

ТЕМА 4: Флуиди

4.1 Притисок и негово пренесување низ флуид 210
Основни својства на флуидите 210
Притисок и сила на притисок 211
Паскалов закон 213
Сила на притисок 213
Хидраулика – Паскаловиот закон во акција 215
Хидраулични машини 216

4.2 Хидростатски притисок 220
Определување на величините од кои зависи хидростатскиот притисок 220
Хидростатски парадокс 224

4.3 Сила на потисок. Архимедова сила 230
Сила на потисок 230
Архимедов закон 230
Лебдење, пливање и тонење 232
Примена на Архимедовиот закон во практиката 236

4.4 Равенка на континуитет. Бернулиева равенка 242
Равенка на континуитет 243
Бернулиева равенка 246
Примери за Бернулиева равенка 248

Резиме 254

ТЕМА 4: ПРОВЕРИ КОЛКУ НАУЧИ 256

ДОДАТОЦИ 259
Додаток 1: Вектори и операции со вектори 259
Додаток 2: Тригонометриски функции 261
Додаток 3: Некои карактеристики за Сонце, Земја и Месечина 262
Додаток 4: Азбука која се користи во физиката 262

Користена литература 263

Како се користи овој учебник

Наслов на темата
На почетокот на секоја тема е даден нејзиниот наслов. Тој ти покажува за што точно ќе учиш и што е главната идеја на темата.

Содржини во оваа тема
Тука се наведени сите лекции што се вклучени во темата. Овој дел ќе ти помогне да добиеш преглед што ќе се изучува и како е организирана темата.

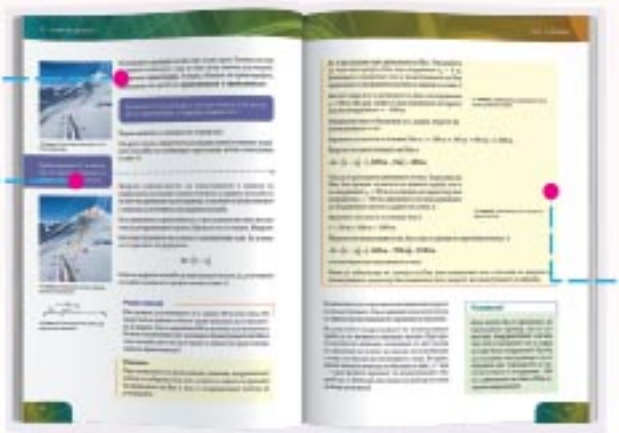


Вовед во темата
Во овој дел накратко ќе дознаеш што ќе учиш и што е најважно во темата

Цели:
Тука се наведени знаењата и вештините што ќе ги стекнеш по изучувањето на темата.

Основна содржина
Ова е најважниот дел од учебникот. Тука ќе го најдеш главниот текст што ја објаснува содржината од темата, формули што ги опишуваат физичките закони и многу слики и графици кои ќе ти помогнат полесно истите да ги разбереш

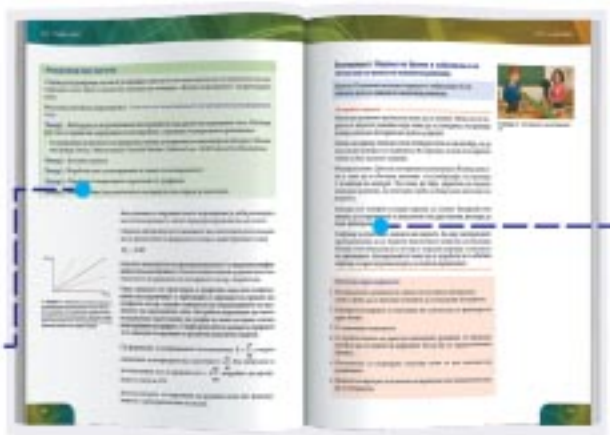
Дефиниции
Дефинициите се јасни и кратки објаснувања на важни поими. Тие се посебно издвоени за полесно да ги забележиш и запомниш.



Решени примери
Во учебникот ќе најдеш многу целосно решени примери. Тие ќе ти помогнат полесно да го разбереш новиот материјал и ќе ти покажат како правилно се решаваат задачи. Ќе ти бидат корисни како водич кога ќе решаваш слични задачи самостојно.

Размислувај како научник
Во овој дел дадени се чекорите кои треба да ги следиш при научното истражување кое самостојно или во пар треба да го изведеш.

Овие два дела од учебникот ќе бидат твој водич низ начинот на размислување на научниците и ќе те охрабруваат да поставуваш прашања и да експериментираш.



Експеримент
Во учебникот се вклучени повеќе експерименти што ќе ги изведуваш на час. Кај секој експеримент јасно се наведени: задачата, потребниот материјал, чекорите за работа, начинот како да ги средиш резултатите и прашања што ќе ти помогнат полесно да донесеш заклучоци.

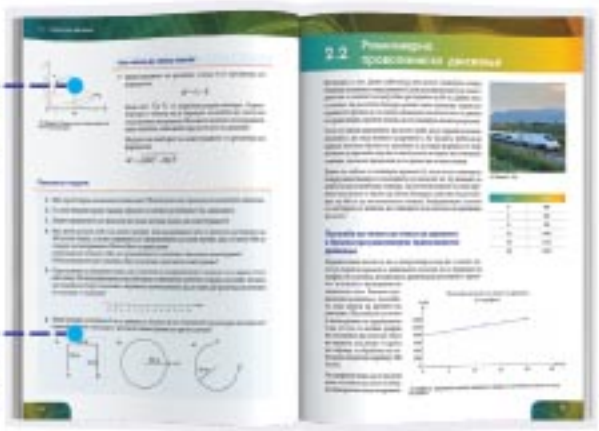
Внимавај
Како и некои важни информации на кои особено треба да внимаваш при учењето.



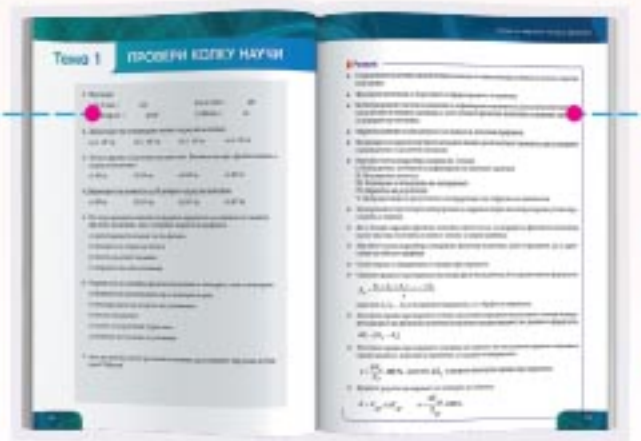
Размисли
Во самата содржина издвоени се и некои прашања на кои ти треба да дадеш одговор.

Ако сакаш да знаеш повеќе
На крајот на секоја лекција ќе најдеш дополнителни информации што ќе го прошират твоето знаење. Тие ќе те охрабрат да истражуваш самостојно и да дознаеш нешто повеќе од даденото во основната содржина.

Прашања и задачи
На крајот на секоја лекција ќе најдеш прашања и задачи. Тие се наменети за работа на час или за самостојно вежбање дома. Со нив ќе можеш да провериш колку добро си ја научил лекцијата и што уште треба да повториш.



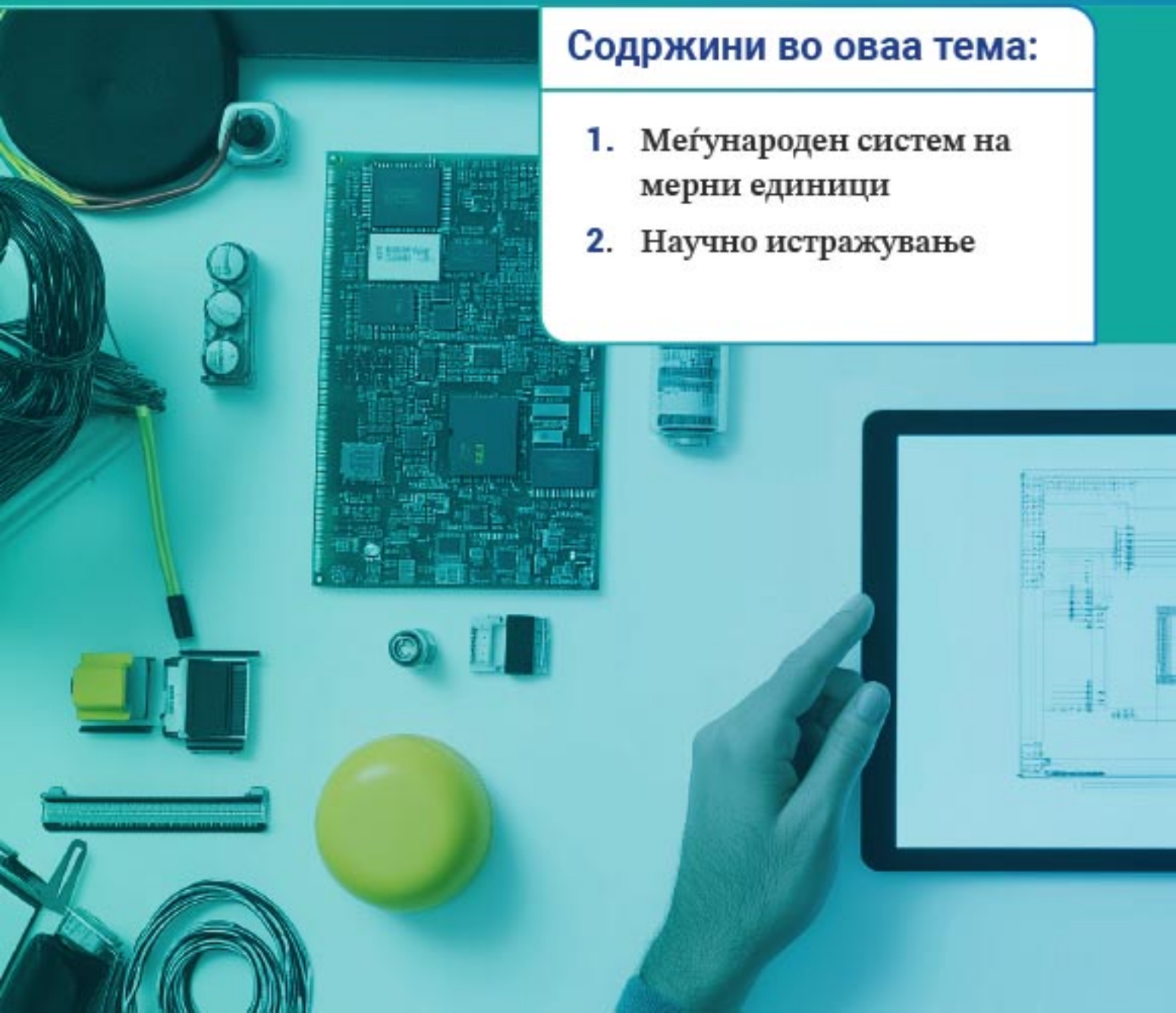
Провери колку научи
На крајот на секоја тема ќе најдеш прашања што ќе ти помогнат да провериш колку добро ја совладеа целата тема. Овие прашања бараат размислување и поврзување на знаењата што си ги стекнал низ сите лекции во темата.



Резиме
На крајот на некои теми, или во втората тема после неколку лекции, има кратко резиме. Во него се собрани најважните дефиниции, формули и клучни поими. Резимето ќе ти помогне полесно да го повториш и запомниш материјалот.

Тема 1

ОСНОВИ НА НАУЧНИОТ МЕТОД ВО ФИЗИКАТА



Содржини во оваа тема:

1. Меѓународен систем на мерни единици
2. Научно истражување

Физиката е фундаментална природна наука што ги проучува основните закони според кои функционира универзумот. Таа ги проучува материјата, енергијата и нивната меѓусебна поврзаност, овозможувајќи ни да разбереме сè, од атомот до Космосот.

Зборот „физика" потекнува од старогрчкиот „φύσις" (физис), што значи природа. Нејзината цел е да ги објасни и опише природните појави со помош на универзални закони. Дел од тие закони ќе бидат опфатени во учебников што ќе те воведе во светот на науката.

Цели:

- Да именуваш мерни единици за определување на големина на физчката величина.
- Да правиш разлика меѓу скаларни и векторски величини и ќе го оправдуваш нивното користење.
- Да дизајнираш и спроведеш истражување преку експеримент или симулација, да ги обработиш податоците и да презентираш заклучоци, при тоа применувајќи го научниот метод.



1.1 Меѓународен систем на мерни единици

Дали можеш да зборуваш за растојание, време или маса ако тие не можат да се измерат и квантитативно да се опишат? Без мерење не би можеле точно да знаеме колку далеку е некој град, колку долго трае филмот или колкава струја тече низ спроводниците. Тогаш, физиката, но и која било друга наука, не би можела да ја објасни реалноста на научен начин.

Физички величини

Во физиката користиме **физички величини** за да ги опишеме работите што ги гледаме и појавите што се случуваат околу нас – пр, како се движат телата, колкави се нивните димензии, колкава е нивната маса, колку долго трае некој настан и слично.

Пример за физички величини се: брзина, забрзување, време, сила, енергија итн.

Физичките величини имаат свои ознаки, кои вообичаено се првите букви од латинските или грчките имиња на тие величини напишани ракописно латиница (италик).

Пример

v (*velocitas* – брзина), a (*acceleration* – забрзување), t – (*tempus* – време), F (*fortis* – сила), E (*energia* – енергија) и други.

Физичките величини се поими со кои може квантитативно да се опише некоја особина на телото, својство или процес.

Физичките величини можат да се измерат (слика 1), тие се изразуваат со бројна вредност и соодветна мерна единица.



▲ Слика 1. Мерење должина со шублер

Да се измери одредена физичка величина значи таа да се спореди со физичката величина од ист вид чија големина условно е земена за мерна единица.

Резултатите од мерењата се запишуваат со **бројна вредност** на физичката величина и **мерна единица**. Пр. брзината на еден автомобил е $v = 54$ km/h.

За разлика од физичките величини кои опишуваат појави во природата, мерните единици се создадени по договор.

Основни и изведени физички величини и нивни единици



▲ **Слика 2.** Цртеж од сателитот Mars Climate Orbiter – неуспешна мисија од 1999 година, вредна 125 милиони долари, поради неусогласеност на мерните единици

Ако во секоја земја мерните единици за физичките величини се различни, тоа би предизвикало многу забуни, грешки и недоразбирања, особено во науката, трговијата и индустријата. За иста физичка величина може да има повеќе мерни единици и понекогаш тоа предизвикува сериозни последици. Таков случај е една од мисиите на НАСА од 1999 година (слика2).

Меѓународниот систем на единици (SI) е создаден во Париз, во октомври 1960 година, со цел во светот да се користат исти и стандардизирани мерни единици. Тој во континуитет се менува и се надополнува.

Овој систем овозможува:

- прецизност и доследност во мерењата,
- лесна споредба на податоците и
- полесно разбирање на резултатите и информациите.

Физичките величини и нивните единици се групирани во две групи: **основни** и **изведени**. Во Меѓународниот систем на единици (SI) дефинирани се седум основни и две дополнителни физички величини и нивните единици. Сите други физички величини и нивните единици се изведени од овие основни и дополнителни физички величини. Основните физички величини и нивните единици, дефинирани во Меѓународниот систем на единици, се дадени во табела 1.

Физичка величина		Мерна единица	
Име	**Ознака**	**Име**	**Ознака**
Должина	l	метар	m
Маса	m	килограм	kg
Време	t	секунда	s
Термодинамичка температура	T	келвин	K
Јачина на електрична струја	I	ампер	A
Јачина на светлина	J	кандела	cd
Количество на супстанција	n	мол	mol

Табела 1. Основни физички величини и нивни единици.

Физичка величина		Мерна единица	
Име	**Ознака**	**Име**	**Ознака**
Агол во рамнина	Θ	радијан	rad
Просторен агол	Ω	стерадијан	sr

Табела 2. Дополнителни физички величини и нивни единици

Дополнителните физички величини и нивните единици дефинирани во Меѓународниот систем на единици се дадени во табела 2.

Сите останати физички величини чии единици се изразуваат преку основните се наречени **изведени физички величини.**

На пример, изведени физички величини се брзината и забрзувањето затоа што нивните единици се изразуваат преку единиците за должина и време. Единица за брзина е m/s, додека за забрзување е $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Пример

Висината на едно дрво може да се изрази како 2,5 m, но и како 250 cm. Брзината со која се движи еден автомобил може да се изрази како 20 m/s, но исто така и како 72 km/h. Метарот и сантиметарот се различни единици со кои може да се претстави висината односно должината, додека метар во секунда и километар на час се различни единици за физичката величина – брзина.

Но, во науката исто така се користат и некои вонсистемски единици. Пример за време се користат минута (min), час (h), ден (d) и година (a). Затоа за одредена физичка величина може да се користат различни единици.

Во науката, но и во секојдневниот живот користиме помали и поголеми единици кои ги добиваме со додавање на префикс во името на мерната единица. Префиксите означуваат колку пати единицата со префиксот е поголема или помала од единицата без префиксот. Во табела 3 дадени се префиксите кои најчесто се користат, нивните ознаки, како и множителот што го заменува одреден префикс.

Множител	Префикс	Ознака	Множител	Префикс	Ознака
10^{18}	екса	E	10^{1}	деци	d
10^{15}	пета	P	10^{-2}	санти	c
10^{12}	тера	T	10^{-3}	мили	m
10^{9}	гига	G	10^{-6}	микро	μ
10^{6}	мега	M	10^{-9}	нано	n
10^{3}	кило	k	10^{-12}	пико	p
10^{2}	хекто	h	10^{-15}	фемто	f
10^{1}	дека	da	10^{-18}	ато	a

Табела 3. Поголеми и помали префикси на мерните единици, нивни ознаки и множители

Решен пример

Дадените вредности на физичките величини да се претворат во соодветните единици мерки.

а) $43\,\mathrm{m}^2 =$ cm^2 б) $20\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} =$ $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ в) $505\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} =$ $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

Решение:

а) $43\,\mathrm{m}^2 = 43\cdot\left(10^2\,\mathrm{cm}\right)^2 = 43\cdot10^4\,\mathrm{cm}^2$

б) $20\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 20\cdot\frac{10^3\,\mathrm{g}}{\left(10^2\,\mathrm{cm}\right)^3} = \frac{20\cdot10^3\,\mathrm{g}}{10^6\,\mathrm{cm}^3} = 20\cdot10^3\cdot10^{-6}\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = 20\cdot10^{(3-6)}\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = 20\cdot10^{-3}\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$

в) $505\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = 505\,\frac{10^{-3}\,\mathrm{kg}}{\left(10^{-2}\,\mathrm{m}\right)^3} = 505\,\frac{10^{-3}\,\mathrm{kg}}{10^{-6}\,\mathrm{m}^3} = 505\cdot10^{-3}\cdot10^{6}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 505\cdot10^{(-3+6)}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 505\cdot10^{3}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

Скаларни и векторски физички величини

Излегуваш од домот и им кажуваш на пријателите каде се наоѓаш. Ако кажеш: „Излегов од домот и се оддалечив 200 m.“ – дали тие

ќе знаат каде точно се наоѓаш? Одговорот е не! Знаат само колку си далеку, но не и во кој правец се движиш. Ако кажеш: „Излегов од домот и се оддалечив 200 m кон север." – тогаш знаат точно каде се наоѓаш.

Оваа разлика ни покажува дека некои физички величини се опишуваат само со големина, а други мора да имаат правец и насока за да бидат целосно опишани.

Физичките величини можат да бидат **скаларни** и **векторски**.

I) Физичките величини кои во потполност се одредени само со бројна вредност се наречени скаларни физички величини (или само скалари).

Примери за скаларни физички величини се времето, масата, густината, температурата и ред други кои ќе ги изучуваш во текот на школувањето.

II) Физичките величини кои во потполност се одредени со бројна вредност, правец и насока се наречени векторски физички величини (или само вектори).

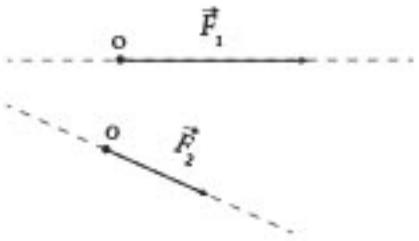
Примери за векторски физички величини се брзината, забрзувањето, силата и други.

Векторските величини ги прикажуваме со вектор (насочена отсечка или стрелка). Векторската величина е определена со својата **големина** односно **модул или интензитет, правец** и **насока**. Должината на векторот е пропорционална на големината (модулот) на векторската величина, а насоката на стрелката ја покажува насоката на векторската величина.

Секој вектор има и **нападна точка** – тоа е местото каде што векторот „почнува" или каде што дејствува. На слика 3, оваа точка е обележана со О.

За да се разликуваат векторските од скаларните величини, над ознаката на векторските величини се става мала стрелка насочена кон десно ($\rightarrow$), на пример: $\vec{F}$ за сила.

Во Додаток 1: Вектори и операции со вектори даден на крајот во учебников дадени се повеќе информации за векторите и операциите со вектори.



▲ **Слика 3.** Два вектори со различна големина, правец и насока

Ако сакаш да знаеш повеќе:

- Меѓународниот систем на единици има корени во Франција од крајот на 18. век. Во 1795 година, по Француската револуција, била усвоена идејата за рационален и унифициран систем на мерење, за да се стави крај на хаосот со различни локални мерки низ земјата.

- Во 1791 год., метарот бил дефиниран како десетмилионити дел од растојанието од Северниот пол до Екваторот, следејќи го меридијанот што минува низ Париз. Тоа било обид да се поврзе мерната единица со природен, универзален феномен. Денес, тој се дефинира како 1/299 792 458-ти дел од патеката што ја поминува светлината во вакуум во една секунда.
- Првиот меѓународен прототип на килограм бил направен од легура на платина и иридиум и се чувал во Меѓународното биро за тегови и мерки (BIPM), во близина на Париз. Бил познат како „Le Grand K". Во 2019 година, килограмот добил нова дефиниција. Килограмот не се дефинира според некој физички предмет, туку според Планковата константа (h). Тоа овозможува поголема прецизност и постојаност во мерењето.
- Современата дефиниција на секундата се базира на времетраењето на 9,192,631,770 осцилации на зрачењето што го емитира атомот на цезиум $\left({}^{133}_{55}C_s\right)$. Ова ја прави секундата исклучително прецизна мерна единица.

Прашања и задачи:

1. Како знаењето на мерните единици и нивното претварање во основни може да ти помогне во решавање на проблеми во секојдневниот живот? Наведи примери.
2. Со соучениците спроведете дискусија на тема: Влијанието на точноста и стандардизацијата во мерењата врз развојот на науката.
3. Направи проценка: На планетата Земја живеат околу 8 000 000 000 жители. Радиусот на Земјата е 6400 km. Ако сите жители ги рашират рацете и се фатат за дланките, процени колку пати можат да ја заобиколат Земјата на Екваторот.
4. Измери ја и изрази ја ширината на твојата соба во: а) cm б) m в) km
5. Дадените вредности на физичките величини да се претворат во соодветните единици мерки.

   а) $30\ \mathrm{m^2} = \quad \mathrm{mm^2}$ б) $200\ \mu\mathrm{m^3} = \quad \mathrm{m^3}$ в) $45\ \mathrm{dm^3} = \quad \mathrm{m^3}$

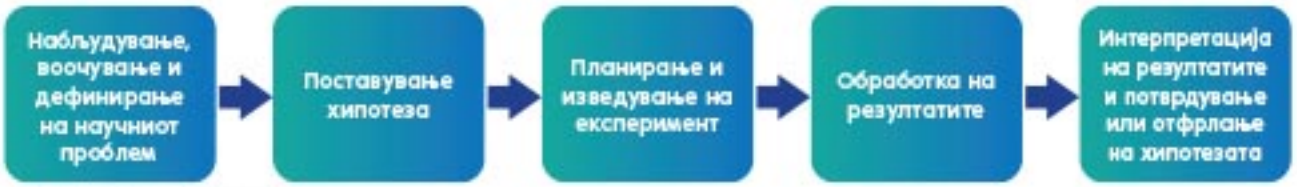
   г) $100\ \mathrm{mm^2} = \quad \mathrm{m^2}$ д) $58\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m^3}} = \quad \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}$ ѓ) $75\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}} = \quad \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m^3}}$

   е) $49\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{cm^3}} = \quad \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}$ ж) $95\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m^3}} = \quad \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{cm^3}}$
6. Објасни ја разликата меѓу брзина како скаларна величина и брзина како векторска величина (вектор на брзина). Наведи пример од секојдневниот живот каде што оваа разлика е важна.

1.2 Научно истражување

Развојот на човештвото е нераскинливо поврзан со напредокот во физиката. Од првичните сфаќања за силите во природата, преку законите на класичната механика што ги формулирал Њутн, па сè до современите достигнувања во квантната физика и физиката на елементарните честички – физиката постојано го менува нашето разбирање за светот околу нас. Со развојот на индустријата и технологијата, физиката го менува и самиот свет во кој живееме. Денес, благодарение на развојот на физиката и нејзината примена, човештвото располага со напредни технологии кои целосно го променија начинот на кој живееме и комуницираме. Некои од најзначајните достигнувања вклучуваат оптички влакна, кои овозможуваат ултрабрз пренос на податоци на големи растојанија, енергетски системи со минимални загуби, МАГЛЕВ возови, квантни компјутери кои ветуваат револуција во обработката на податоци и сигурност на информациите, развој на уреди кои се користат во медицината, како и вселенски летала, со кои се истражуваат далечните делови на Универзумот.

Како научниците ги откриваат законите на природата и како успешно ги објаснуваат појавите со кои се среќаваме? Тоа се постигнува со помош на примена на научниот метод користејќи научно истражување. Шаблонот на етапите на научниот метод е даден на слика 1.



▲ **Слика. 1** Етапи на научниот метод

Овие етапи ќе ги објасниме преку пример.

Истражувањето на Марко: тела што паѓаат

1) Набљудување, воочување и дефинирање на научниот проблем

Марко секојдневно се среќава со тела што паѓаат на површината на Земјата. Тој решил да спроведе истражување како времето на паѓање на некое тело зависи од висината од која тоа паѓа.

2) Поставување хипотеза

Марко предвидува: ако висината од која паѓаат телата се зголемува, тогаш правопропорционално се зголемува и времето на паѓање на телата.

3) Планирање и изведување на експеримент

Марко решава да го снима паѓањето на тениското топче, пуштено од различни висини, а потоа со забавено видео да го отчита



▲ **Слика 2.** Марко ги пушта топчињата од различна висина

времето на паѓање на топчето. Тој задава четири различни висини од кои ќе го пушта топчето, а потоа го мери времето на паѓање за секоја висина. За да добие попрецизни резултати, Марко го повторува мерењето 5 пати за секоја висина.

Добиените резултати при мерењето ги прикажува табеларно и графички.

Резултатите од мерењата Марко ги внесува во табела (табела 1) и црта график (график 1) на кој е прикажана зависноста на времето на паѓање од почетната висина.

Внимавај:

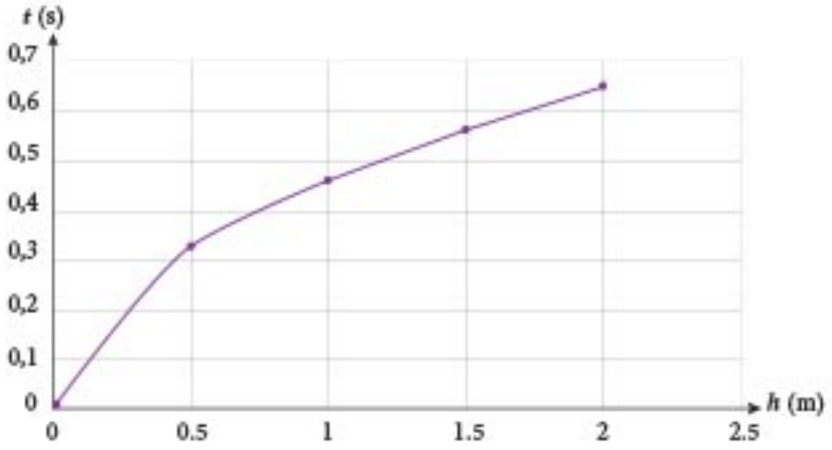
Во табелата се запишува ознаката на физичката величина што ја мериме или ја пресметуваме. До физичката величина, во заграда, се запишува нејзината мерна единица.

$h\ (m)$	0,5	1	1,5	2
n	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t_4 (s)
1	0,32	0,45	0,55	0,64
2	0,33	0,44	0,56	0,65
3	0,32	0,45	0,57	0,64
4	0,31	0,46	0,56	0,66
5	0,31	0,46	0,55	0,66
Средна вредност	0,32	0,46	0,56	0,65

Табела 1. Добиени резултати од мерењата на Марко

Внимавај:

При цртањето на графикот треба да внимаваш дека независната променлива секогаш се нанесува на апцисната оска, додека зависната променлива, за која сакаме да одредиме како зависи од независната променлива, се означува на ординатната оска. На оските секогаш покрај означените величини во заграда до нив се пишуваат и нивните единици.



▲ **График 1.** График на кој е прикажано времето на паѓање на топчето во зависност од висината од која паѓа

4) Обработка на резултатите

Следно, Марко прави целосна обработка на податоците и пресметува грешки при мерењето.

5) Интерпретација на резултатите и потврдување или отфрлање на хипотезата

Од добиените резултати и од графикот, Марко заклучува дека времето на паѓање на топчето не зависи правопропорционално

од висината од која паѓа топчето. Затоа поставува ново предвидување: времето на паѓање на топчето зависи правопропорционално од квадратниот корен на висината од која паѓаат телата.

Етапи во научниот метод

Да ги објасниме подетално етапите на научниот метод што Марко ги спровел при неговото истражување.

1) Набљудување, воочување и дефинирање на научниот проблем

Научниот метод започнува со забележување на некоја појава која може да биде од интерес. Набљудувањето може да произлезе од внимателно набљудување на светот околу нас, пронаоѓање нешто што не е целосно објаснето или од читање и слушање за претходни истражувања.
Во истражувањето на Марко, моментот кога Марко ги забележал разликите при паѓањето на тела од разни висини, тој бил во првата фаза на научниот метод.

2) Поставување хипотеза

Хипотеза се смета за претпоставка на истражувачот за тоа каков резултат се очекува во истражувањето.
Хипотезата треба да е јасен и еднозначен исказ кој може да се провери, т.е. да се определи дали е точен или неточен. Таа се поставува врз основа на претходно искуство, но треба да биде што е можно пообјективна.
Предвидувањата кои Марко ги прави во неговото истражување претставуваат хипотези.

3) Планирање и изведување на експеримент

Во оваа етапа, истражувачот треба прецизно да ги дефинира сите детали на истражувањето:

- се избира опремата која ќе се користи во експериментот,
- се подготвува експериментална постапка во која се опишани сите чекори од истражувањето,
- се внимава да се менува само една променлива, додека сè друго останува исто

Потоа се изведува експериментот и се запишуваат резултатите.

Резултатите се прикажуваат на два начина: во табела и на график. Од табелата може да се прочита точната вредност на секое од мерењата, како и да се додадат колони со пресметани величини.

На графикот полесно се забележува глобалното однесување на променливата и од графикот може да се определат вредности кои не се директно измерени. Поради овие разлики е важно во експериментот да се искористат двата прикази.

4) Обработка на резултатите

Секое мерење е придружено со грешки при мерењето. Грешките се јавуваат како резултат на ограничената прецизност на мерниот инструмент, надворешните услови, неправилна употреба на инструментот, како и неправилно отчитување на мерената физичка величина. Во оваа етапа се пресметуваат грешките при мерењето

и се добива информација за тоа колку може да им се верува на добиените резултати. Повеќе детали за оваа обработка се дадени во делот Обработка на научни резултати даден подоле во лекцијава
По завршувањето на оваа етапа, резултатите се запишуваат така што се запишува средната вредност на сите мерења, апсолутната грешка на секое од мерењата, средната апсолутна грешка и релативната грешка на целиот експеримент.

5) Интерпретација на резултатите и потврдување или отфрлање на хипотезата

Преку добиениот резултат и анализата на грешките се определува дали хипотезата е потврдена или треба да се отфрли. Во оваа етапа може да се формира нова хипотеза со што започнува ново научно истражување како што е случајот во „Истражувањето на Марко".

Основни поими и дефиниции за научното истражување

Поим	Дефиниција
Научен метод	Постапка со определени етапи кои треба да се спроведат за да се дојде до заклучок, објаснување на појава или нов закон.
Експеримент	Набљудување на одредена појава проследено со мерење изведено во контролирани услови.
Фер тест	Експеримент во кој се менува само една променлива величина, додека сите други услови остануваат непроменети.
Директни мерења	Мерење при кое физичката величина се одредува директно со користење на мерен инструмент (на пример: мерење на должината со линијар и мерење на време со стоперица).
Индиректни мерења	Мерења при кои вредноста на една физичка величина се пресметува врз основа на резултатите од директно мерење на други физички величини.
Контролна променлива	Величина која останува непроменета во текот на мерењето.
Независна променлива	Величина која ја одредува истражувачот и која се менува независно (или намерно од страна на истражувачот) за да се испита нејзиното влијание врз некоја друга величина (зависната променлива). Таа не зависи од другите променливи физички величини во експериментот.
Зависна променлива	Величина која се мери во истражувањето и чија вредност зависи од независната променлива.
Точност на мерењето	Најмалата единична вредност што може да се постигне при мерењето

Обработка на научни резултати

За намалување на грешките при мерењето, во научните истражувања се вршат повеќе мерења за иста величина. Вредностите добиени од секое мерење на величините најчесто се разликуваат една во однос на друга.

При обработка на податоците се пресметуваат **апсолутна** и **релативна грешка** при мерењето. Без информација за грешките, резултатите не може да се сметаат за научни и заклучоците кои ќе ги извлечеме од нив нема да бидат целосни.

Како точна вредност на мерената величина се смета **средната вредност** од сите мерења. Средната вредност се пресметува како збир на сите измерени вредности поделен со вкупниот број мерења.

Во некој експеримент n пати сме ја сме ја измериле величината X (која може да биде маса, брзина, температура или некоја друга физичка величина). Нејзината средна вредност X_{sr} може да ја запишеме како:

$$X_{sr} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots\ldots + X_n}{n}$$

Пример

Сме ја измериле масата m на некое тело 5 пати. Средната вредност ќе биде:

$$m_{sr} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5}{5}.$$

Апсолутна грешка при мерењето е разликата помеѓу измерената вредност на физичката величина и нејзината средна вредност, земена по апсолутна вредност.

Во општ случај, апсолутната грешка (ΔX_i) на секое од мерењата се пресметува како разлика помеѓу средната вредност X_{sr} и измерената вредност X_i:

$$\Delta X_i = \left| X_{sr} - X_i \right|$$

Релативна грешка при мерењето е еднаква на односот на средната вредност на апсолутната грешка и средната вредност на физичката величина, изразен во проценти.

Преку формула релативната грешка (ε) се пресметува како:

$$\varepsilon = \frac{\Delta X_{sr}}{X_{sr}} \cdot 100\,\%$$

каде што ΔX_{sr} е средната апсолутна грешка при мерењето, која се пресметува како средна вредност од апсолутните грешки на секое од мерењата. Релативната грешка ја определува точноста на мерењето. Мерењето се смета за успешно ако релативната грешка е помала од 5%.

Крајниот резултат од мерењето се запишува на следниов начин:

$$X = X_{sr} \pm \Delta X_{sr} \qquad \varepsilon = \frac{\Delta X_{sr}}{X_{sr}} \cdot 100\,\%$$

Во истражувањето на Марко, кога ја пополнил табелата со пресметување на апсолутните грешки при мерењето, ги добил следниве резултати:

h (m)	0,5	1	1,5	2	0,5	1	1,5	2
n	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t_4 (s)	Δt_1 (s)	Δt_2 (s)	Δt_3 (s)	Δt_4 (s)
1	0,33	0,45	0,55	0,64	0,01	0,01	0,01	0,01
2	0,32	0,44	0,56	0,65	0,00	0,02	0,00	0,00
3	0,32	0,45	0,57	0,64	0,00	0,01	0,01	0,01
4	0,31	0,46	0,56	0,66	0,01	0,00	0,00	0,01
5	0,30	0,46	0,55	0,66	0,02	0,00	0,01	0,01
Средна вредност	0,32	0,46	0,56	0,65	0,01	0,01	0,01	0,01

Табела 2. Мерењата на Марко, дадени со апсолутни грешки

На пример, за висина $h = 0{,}5$ m, првиот пат ($n = 1$) измерил време на паѓање $t_{1,1} = 0{,}33$ s. Вистинската вредност на мерењето за оваа висина е средната вредност која изнесува $t_{1sr} = 0{,}32$ s. Апсолутната грешка на ова мерење е

$\Delta t_{1,1} = |t_{1sr} - t_{1,1}| = |0{,}32 - 0{,}33| = 0{,}01$ s. На ист ваков начин е пополнета целата табела (табела 2).

Релативната грешка за висина

$$h = 0{,}5 \text{ m е } \quad \varepsilon = \frac{\Delta t_{1sr}}{t_{1sr}} \cdot 100\,\% = 3{,}12\%$$

Ова е резултат со кој мерењето ќе го сметаме за успешно. Но, ти треба да ја потврдиш или отфрлиш новата хипотеза на Марко и да нацрташ график на кој е прикажано како времето зависи од квадратниот корен на висината од која паѓа топчето. За да го постигнеш ова, треба да направиш и некои промени во табелата.

Ако сакаш да знаеш повеќе:

- Како се определува апсолутната грешка кај индиректни мерења? Може да се пресмета преку апсолутните грешки на веќе измерените или пресметаните физичките величини.

  Пр. Да ја пресметаме апсолутната грешка на силата што се пресметува по формулата преку веќе пресметаните средни вредности и апсолутните грешки на масата и забрзувањето на телото.

  Добиениот резултат за силата треба да се прикаже како:

  $$F = F_{sr} \pm \Delta F_{sr}$$

  $$F = ma = (m_{sr} \pm \Delta m_{sr})(a_{sr} \pm \Delta a_{sr})$$

  Од оваа формула се добива:

$$F = m_{sr}a_{sr} \pm m_{sr}\Delta a_{sr} \pm \Delta m_{sr}a_{sr} + \Delta m_{sr}\Delta a_{sr}$$

$$F = m_{sr}a_{sr} \pm \left(m_{sr}\Delta a_{sr} + \Delta m_{sr}a_{sr} \pm \Delta a_{sr}\Delta m_{sr}\right)$$

Затоа што $F_{sr} = m_{sr}a_{sr}$

Следува дека апсолутната грешка за силата е:

$$\Delta F_{sr} = m_{sr}\Delta a_{sr} + \Delta m_{sr}a_{sr} \pm \Delta a_{sr}\Delta m_{sr}$$

Прашања и задачи:

1. Кои се клучните чекори на научното истражување?
2. Што значат термините апсолутна и релативна грешка, како тие се одредуваат и која од овие грешки ни кажува дали мерењето било со голема точност?
3. Како разбирањето на грешките при мерењето ти помага подобро да сфатиш зошто е важна поголемата точност при мерењата во фармацијата или во градежништвото?
4. Со помош на дигитален часовник, кој работи со точност од 1 ms , извршени се 4 мерења: $t_1 = 5,254\ \text{s}$ $t_2 = 5,257\ \text{s}$ $t_3 = 5,257\ \text{s}$ $t_4 = 5,259\ \text{s}$. Пресметај ги апсолутната и релативната грешки при мерењата.
5. Измери ја дебелината на учебник/тетратка со помош на шублер или милиметарски винт и пресметај ја дебелината на еден лист хартија. Интерпретирај ги добиените резултати.
6. Што би сакал да дознаеш повеќе за научното истражување?

Размислувај како научник

Период на нишало

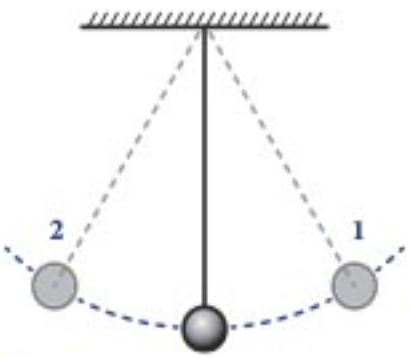
Топче со маса m, обесено на конец со должина l, кое може да осцилира е наречено нишало (слика 1).

Периодот на нишалото е времето потребно нишалото да направи една осцилација; или за периодот може да кажеме дека е времето на движење на топчето од точката 1 до повторното нејзино враќање во истата точка.

За поедноставно изведување на експериментот наместо топче користи навртки (слика 2).

Задача: Спроведи научно истражување од што и како зависи периодот на осцилирање на нишалото.

Чекори во научното истражување кои треба да ги следиш:



▲ **Слика 1.** Нишало во три моменти од осцилацијата



▲ **Слика 2.** Навртки

Чекор 1: Набљудувај го осцилирањето на нишалото за да одредиш од што зависи периодот на осцилирање на нишалото. Период на нишалото е времето за кое ќе направи една целосна осцилација: од почетната положба, преку најоддалечената точка на другата страна, и назад до почетната положба.

- направи список на физичките величини со кои се сретнуваш при набљудувањето на осцилирањето на нишалото и истите внеси ги во табела, поделени на зависни и независни физички величини (пример: должина на конецот, агол на отклонување, форма на тегот, дебелина на конецот, маса на нишалото итн.);
- Обезбеди фер тест со дефинирање на контролните променливи во текот на истражувањето.

Чекор 2: Врз база на списокот на физичките величини постави хипотеза, односно што претпоставуваш дека ќе добиеш како резултат на истражувањето. Запомни дека во хипотезата треба да претпоставиш како зависната величина ќе се менува со промена на само една независна величина. Притоа другите величини да останат непроменети.

Чекор 3: Изработи план за експеримент и изведи го експериментот.

Периодот на нишалото може да биде многу краток. При мерењето на кратки временски интервали, големо влијание на грешката при мерењето има времето на реакција на експериментаторот. При подготовката на планот за експериментот размисли како може да се намали таа грешка предизвикана од бавна реакција на експериментаторот.

- Направи скица, список на потребен материјал, табела за мерењата.
- Спроведи го експериментот запишувајќи по 10 мерења на времето и вредностите внеси ги во табела.

Чекор 4: Обработи ги податоците: пресметај средна вредност, апсолутна грешка и релативна грешка при мерењата. Резултатите претстави ги на график.

Чекор 5: Интерпретирај ги резултатите и потврди ја или отфрли ја хипотезата и обиди се да формулираш нова.

- Со помош на наставникот обиди се да ги интерпретираш добиените резултати.

Резиме:

- Со физичките величини квантитативно може да се опише некоја особина на телото, својство или процес.
- Физичките величини се изразуваат со бројна вредност и единица.
- Во Меѓународниот систем на единици се дефинирани основните и дополнителните физички величини и нивните единици, а сите останати физички величини и нивните единици се изведени од основните.
- Мерните единици се искажуваат и со помали и поголеми префикси.
- Во физиката се користи научниот метод што помага да се постават законите и да се направат предвидувања за различни ситуации.
- Научниот метод подразбира следење на 5 етапи:
  I: Набљудување, воочување и дефинирање на научниот проблем
  II: Поставување хипотеза
  III: Планирање и изведување на експеримент
  IV: Обработка на резултатите
  V: Интерпретација на резултатите и потврдување или отфрлање на хипотезата
- Експериментот претставува набљудување на одредена појава во контролирани услови проследено со мерење.
- Да се измери одредена физичка величина значи таа да се спореди со физичката величина од ист вид чија големина условно е земена за мерна единица.
- Научниот метод подразбира измерените физички величини, како и грешките, да се претстават со табели и графици.
- Секое мерење е придружено со грешки при мерењето.
- Средната вредност при мерењата на некоја физичка величина X се пресметува по формулата:

$$X_{sr} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots\ldots + X_n}{n}$$

каде што $X_1, X_2, \ldots X_n$ се измерените вредности, а n е бројот на мерењата.

- Апсолутна грешка при мерењето се вика апсолутната вредност на разликата помеѓу измерената вредност на физичката величина и нејзината средна вредност и е дадена со формулата:

$$\Delta X_i = \left| X_{sr} - X_i \right|$$

- Релативна грешка при мерењето е еднаква на односот на апсолутната грешка и нејзината средна вредност, изразена во проценти, и е дадена со формулата:

$\varepsilon = \frac{\Delta X_{sr}}{X_{sr}} \cdot 100\,\%$, каде што ΔX_{sr} е средната апсолутна грешка при мерењето.

- Крајниот резултат од мерењето се запишува во обликот:

$$X = X_{sr} \pm \Delta X_{sr} \qquad \varepsilon = \frac{\Delta X_{sr}}{X_{sr}} \cdot 100\,\%$$

Тема 1 ПРОВЕРИ КОЛКУ НАУЧИ

1. Претвори:

   а) 0, 25 nm = μm б) 0, 13 GN = kN

   в) 2000 kg/m³ = g/cm³ г) 180 km = m

2. Дијаметарот на кошаркарска топка е од ред на величина:

   а) $2 \cdot 10^{-2}$ m б) $2 \cdot 10^{-1}$ m в) $2 \cdot 10^{0}$ m в) $2 \cdot 10^{1}$ m

3. Топка е фрлена од прозорец од трети кат. Висината од која е фрлена топката е од ред на величина:

   а) 10^{0} m б) 10^{1} m в) 10^{2} m в) 10^{3} m

4. Дијаметарот на монетата од 50 денари е од ред на величина:

   а) 10^{0} m б) 10^{-1} m в) 10^{-2} m в) 10^{-3} m

5. По твоја проценка напиши ги бројните вредности со единици за следните физички величини. Ако е потребно користи и префикси.

   а) времетраењето на еден час по физика

   б) висината на зграда од 10 ката

   в) масата на рачен часовник

   г) ширината на една училница

6. Одреди кои од следниве физички величини се скаларни, а кои се векторски:

   а) брзината на велосипедист кој се искачува по рид

   б) температурата на воздухот во училницата

   в) масата на ранецот

   г) силата со која ученик турка маса

   д) изминат пат од дома до училиште

7. Ако два вектора имаат различни големини, дали нивниот збир може да биде нула? Објасни.

8. Денис 4 пати го мери дијаметарот на некое топче и ги добива следните резултати

d (mm)	68,3	69,3	68,7	69,7	d_{sr} (mm)	
Δd (mm)					Δd_{sr} (mm)	

Колкав е резултатот од неговото мерење прикажан со апсолутната грешка? Колкава е релативната грешка на мерењето?

9. Ива го мери периодот на нишалото кое најпрво прави 25 осцилирања, а потоа 60 осцилирање. Ги добила следниве резултати:

- Време за 25 осцилирања: 20,6 s
- Време за 60 осцилирања: 52,1 s

Пресметај го периодот на нишалото во двата случаи. Резултатите се разликуваат. Предложи неколку причини зошто тие се разликуваат.

10. Иво забележал дека мразот се топи побрзо на некои површини отколку на други. Иво сакал да спроведе истражување како типот на површината на која се наоѓа мразот влијае на времето потребно за да се стопи коцка мраз.

Опис на експериментот: Иво зема еднакви коцки мраз и ги поставува на различни површини: метална плоча, дрвена даска, пластична тацна и стакло. Сите коцки мраз се поставуваат истовремено во иста просторија. Иво мери за колку време се стопува секоја коцка мраз. Внимава условите да бидат исти.

а) Наведи ја независната променлива во експериментот.

б) Наведи ја зависната променлива.

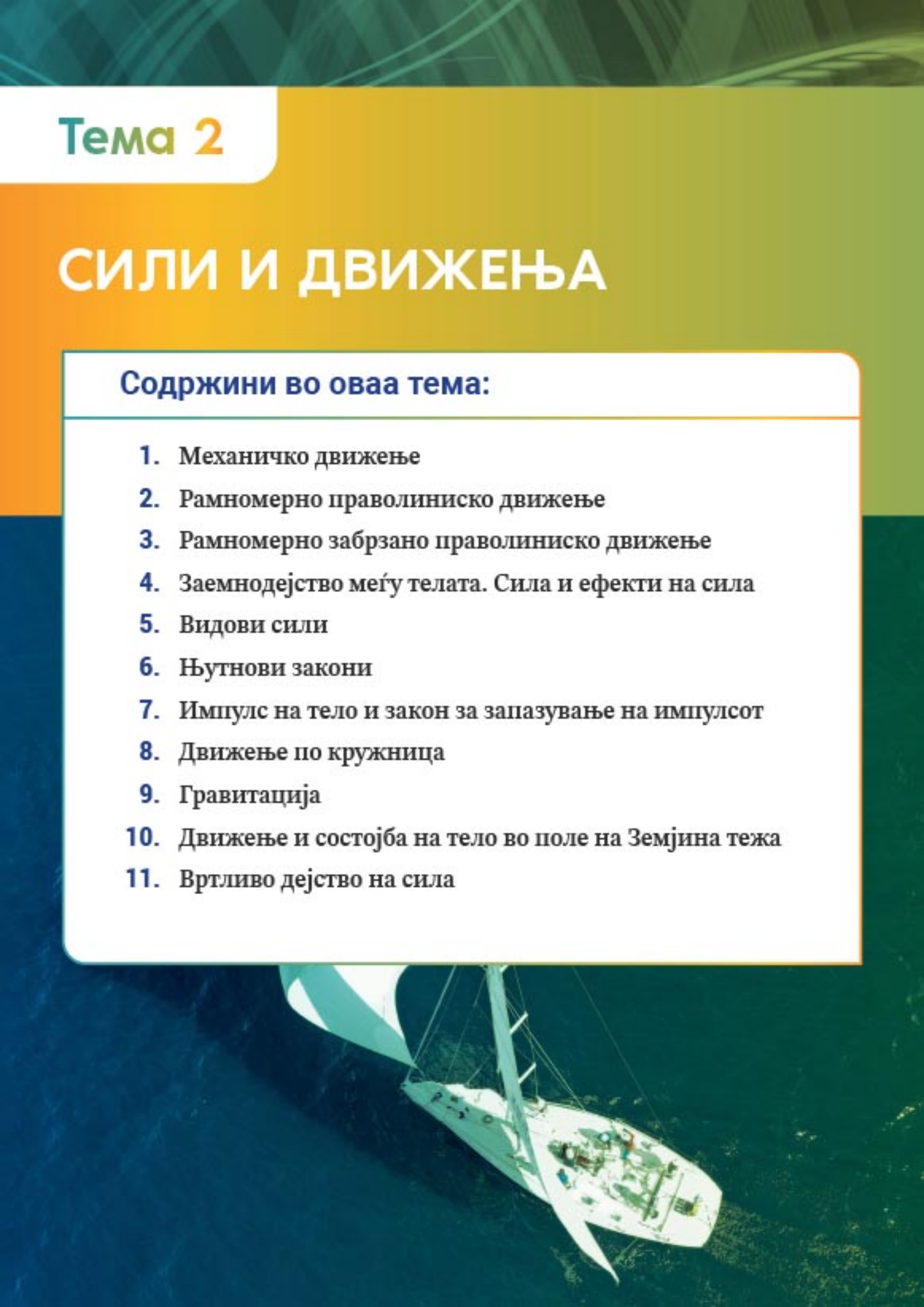
в) Наведи најмалку две контролни променливи што не треба да се менуваат.

Тема 2

СИЛИ И ДВИЖЕЊА

Содржини во оваа тема:

1. Механичко движење
2. Рамномерно праволиниско движење
3. Рамномерно забрзано праволиниско движење
4. Заемнодејство меѓу телата. Сила и ефекти на сила
5. Видови сили
6. Њутнови закони
7. Импулс на тело и закон за запазување на импулсот
8. Движење по кружница
9. Гравитација
10. Движење и состојба на тело во поле на Земјина тежа
11. Вртливо дејство на сила



Преку проучувањето на силите и движењата може подобро да се разберат природните појави околу нас и да ги примениме физичките закони во секојдневниот живот – во спортот, транспортот, технологијата и инженерството.

Во физиката како природна наука, силите и движењата на телата се проучуваат во гранката наречена механика. Во механиката можат да се издвојат две целини: кинематика која ги опишува движењата на телата без да ги наведе причините за таквите движења и динамика која ги проучува причините за движења на телата и дава одговор зошто телата се движат на тој начин.

Законите кои се изучуваат во темата Сили и движења, преку практична примена во различни области на животот, овозможуваат подобро да се разбере светот околу нас.

Цели:

- Користејќи физички величини и нивните единици да го опишеш механичкото движење и објасниш зошто движењето е релативно.
- Да опишуваш и графички да претставуваш рамномерно праволиниско и рамномерно забрзано движење.
- Да толкуваш графички приказ на движења и да пресметуваш физички величини од график.
- Да објасниш како телата си заемнодејствуваат, како и да ги идентификуваш и илустрираш видовите сили кои дејствуваат на телото.
- Да определиш резултантна сила од повеќе сили што дејствуваат на тело во реални ситуации и да го опишеш движењето на телото под дејство на резултантната сила.
- Да ги опишеш движењата во Вселената и да го примениш Њутновиот закон за гравитација.
- Да анализираш движење на тело под влијание на Земјината тежа.
- Да објасниш што е вртливо дејство на сила, да ги наведеш условите за ротација и да го примениш основниот закон за ротационо движење.
- Да ја оправдаш важноста на сообраќајните правила преку физичките закони.

2.1 Механичко движење

Движењето е појава со која постојано се среќаваме, но и процес во кои самите ние учествуваме. Движењето се среќава секаде, од атомот до космосот. Се движат луѓето, автомобилите, возовите, стрелките на часовникот, Месечината. Се движи ногата на фудбалерот при шут на топката, градниот кош на човекот при процесот на дишење. Се движат молекулите во супстанците, електроните во атомите итн.

Механичко движење, референтен систем, референтно тело

Во сите примери, наведени претходно, телата ја менуваат својата положба. При движењето возот ја менува својата положба во однос на железничката станица од која поаѓа. Возот се движи и тој претставува подвижно тело, а железничката станица е телото во однос на кое се разгледува движењето.

Механичко движење е промена на положбата на едно тело, или на делови од телото, во однос на некое друго тело во текот на времето.

Телото што се движи се нарекува **подвижно тело**. Телото во однос на кое се разгледува движењето е наречено **референтно тело**.

Изборот на референтното тело се прави на различни начини. Најчесто се избира она референтно тело кое најмногу го поедноставува опишувањето на движењето. Движењето на луѓето, автомобилите и другите превозни средства често се разгледува во однос на Земјата или предмет сврзан за Земјата. Во овој случај Земјата може да се смета за неподвижна. Гледано во однос на Сонцето, или автомобил кој се движи, едно исто движење (како и равенките кои го опишуваат) би изгледало многу посложено.

Положбата на некое тело може целосно да биде опишана со помош на **координатен систем**. При движење, координатите на телото во избраниот координатен систем се менуваат со текот на времето.

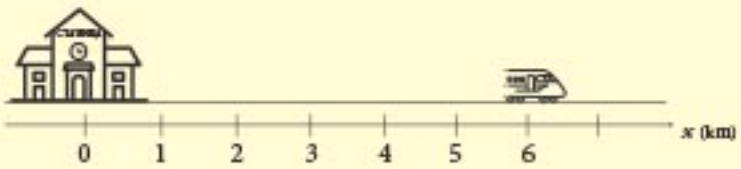
За да се опише движењето, потребен е **референтен систем**, што претставува координатен систем сврзан за референтно тело.

Правилниот избор на референтен систем може многу да го олесни опишувањето на движењето на телото.

Пример 1

Да го разгледаме движењето на еден воз.

За референтно тело ќе ја земеме станицата од каде што возот тргнува (слика 1). Координатниот почеток го поставуваме во станицата, а x-оската ја насочуваме во правецот и насоката на движење на возот. Со ваков избор на референтен систем опишувањето на движењето ќе биде наједноставно.



▲ **Слика 1.** Движење на воз прикажано со референтен систем

Релативност на движењето

Дури и кога стоиш на површината на Земјата и мислиш дека мируваш, ти се движиш во однос на Сонцето.

Движењето е релативно – едно тело може да мирува во еден референтен систем, а во исто време да се движи во друг.

На пример, патници во воз кој се движи. Ако референтниот систем го поврземе со Земјата, тогаш патниците се движат заедно со возот. Но, ако референтен систем е возот на кој е сврзан координатен систем, тогаш патниците мируваат во однос на него. Овој пример ја покажува релативноста на движењата. Дали едно тело се движи или мирува зависи од избраниот референтен систем.

Материјална точка

При опишувањето на движењето на телата, честопати димензиите на телата не се важни за дадената физичка појава и истите може да се занемарат. Ако го разгледуваме движењето на автомобилот, не нè интересира движењето на тркалата на автомобилот. Или, ако го разгледуваме движењето на Месечината околу Земјата, димензиите на Месечината можат да се занемарат.

Телото чии димензии се занемаруваат кога се опишува неговото движење се нарекува материјална точка. Материјална точка е тело што поседува маса, но нема волумен.

Положбата на материјална точка се определува со координати во координатниот систем.

На пример, кога го разгледуваме движењето на автомобилот или Месечината, автомобилот и Месечината претставуваат материјална точка.

Траекторија, изминат пат, поместување

Да го разгледаме движењето на планинар во зимски услови, по снег (слика 2).



▲ **Слика 2.** Планинарот движејќи се низ снег остава трага

Планинарот движејќи се низ снег остава трага. Патеката по која се движи планинарот, која во овој случај можеме да ја видиме, е наречена **траекторија**. Според обликот на траекторијата, движењата се делат на **праволиниски** и **криволиниски**

Должината на траекторијата, меѓу две точки M_1 и M_2, што лежат на траекторијата, се нарекува изминат пат s.

Мерна единица за изминат пат е метар (m).

Од друга страна, најкраткото растојание помеѓу почетната и крајната положба на планинарот претставува негово поместување (слика 3).

Поместувањето $\Delta\vec{r}$ е вектор, кој ги поврзува почетната и крајната положба на телото.



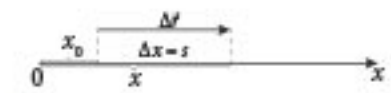
▲ **Слика 3.** Изминатиот пат s и поместувањето на планинарот

Модулот (интензитетот) на поместувањето е еднаков на најкраткото растојание помеѓу почетната и крајната положба на телото чие движење го разгледуваме, а насоката на поместувањето е секогаш од почетната кон крајната положба.

Кога движењето е праволиниско, го разгледуваме во однос на една оска од координатниот систем. Најчесто тоа е x-оската. Модулот на поместувањето на телото го запишуваме како Δx и може да се пресмета по формулата:

$$\Delta x = |x - x_0|$$

Каде x е крајната положба до која стигнало телото, а x_0 е почетната положба од каде што тргнува телото (слика 4).



▲ **Слика. 4** Поместување на телото при праволиниско движење

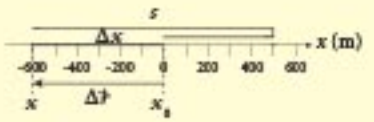
Решен пример

Ива тргнува од училиштето и се движи 500 m кон запад. На својот пат се среќава со Ана и заедно решаваат да се прошетаат до паркот, што е оддалечен 600 m источно од училиштето. Колкав е изминатиот пат и колкаво е поместувањето на Ива и Ана, сметајќи дека тие цело време се движат по права линија, односно праволиниски?

Решение:

При опишување на праволиниско движење координатниот систем го избираме така што x-оската се совпаѓа со правецот на движењето на Ива и Ана, со координатниот почеток во училиштето.

Да го разгледаме прво движењето на Ива. Училиштето од каде што тргнува Ива има координата $x_0 = 0$ m. Движењето, изминатиот пат и поместувањето на Ива прикажано со координатен систем се дадени на слика 5.



▲ **Слика 5.** Движењето, изминатиот пат и поместувањето на Ива

Местото каде што се сретнуваат со Ана е со координата $x = 500$ m. На крај заедно со Ана стигнуваат до паркот, кој има координата $x = -600$ m.

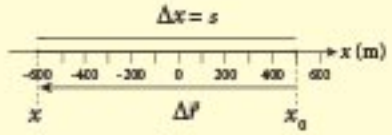
Изминатиот пат го бележиме со s, додека модулот на поместувањето со Δx

Вкупниот пат што ќе го измине Ива е $s = 500\text{ m} + 500\text{ m} + 600\text{ m} = 1\,600\text{ m}$

Модулот на поместувањето на Ива е:

$$\Delta x = |x - x_0| = |-600\text{ m} - 0\text{ m}| = 600\text{ m}$$

Сега да го разгледаме движењето на Ана. За разлика од Ива, Ана тргнува од местото на нивната средба, кое е со координата $x_0 = 500$ m и се движи до паркот кој има координата $x = -600$ m. Движењето на Ана прикажано со координатен систем е дадено на слика 6.



▲ **Слика 6.** Изминатиот пат и поместувањето на Ана

Вкупниот пат што ќе го измине Ана е

$s = 500\text{ m} + 600\text{ m} = 1100\text{ m}$

Модулот на поместувањето на Ана, која се движи во спротивна насока, е

$$\Delta x = |x - x_0| = |-600\text{ m} - 500\text{ m}| = 1100\text{ m}$$

и е насочено како негативната x-оска.

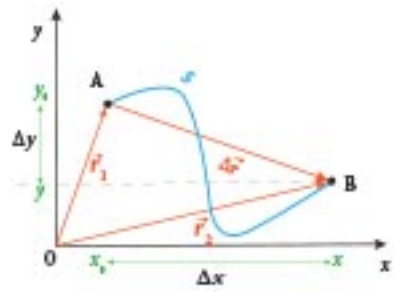
Може да забележиме во случајот на Ива дека изминатиот пат е поголем од модулот на поместувањето, додека кај Ана изминатиот пат и модулот на поместувањето се еднакви.

Изминатиот пат е поголем или еднаков од модулот на поместувањето. Тие се еднакви само кога телото се движи праволиниски без промена на насоката.

Во резултатот покрај модулот на поместувањето треба да се назначи и неговата насока. При праволиниското движење, возможни се две насоки на движење на телото: во насока на позитивната x-оска и во насока на негативната x-оска. Во решението насоката може да се обележи со знак „+“ или „-“ пред бројната вредност на поместувањето. Но, треба да се внимава дека модул на вектор не може да биде негативен!

Размисли!

Дали нешто би се променило во претходниот пример, ако го поместиш координатниот систем така што училиштето ќе се најде во која било координата? Пробај да го решиш овој пример и да го објасниш ако училиштето се наоѓа во точката со координата – 200 m, а движењето на Ана и Ива останува непроменето.



Слика 7. Изминат пат и поместување на телото во просторот

Ако сакаш да знаеш повеќе:

➤ Поместувањето во рамнина (слика 7) се пресметува по формулата:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

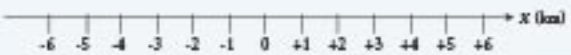
Каде што $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ се наречени радиус-вектори. Радиус-векторот е вектор кој ја одредува положбата на телото во секој момент на времето. Неговиот почеток е во координатниот почеток, а неговиот крај во телото во движење.

Модулот на векторот на поместувањето се пресметува по формулата:

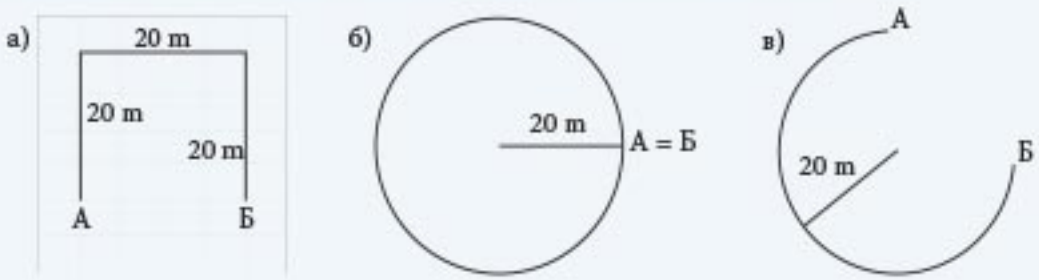
$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

Прашања и задачи:

1. Што претставува механичкото движење? Наведи неколку примери на механичко движење.
2. Со свои зборови преку пример објасни го поимот релативност на движењата.
3. Зошто изминатиот пат никогаш не може да биде помал од поместувањето?
4. Иво треба да купи леб и од домот тргнува кон пекарницата што се наоѓа на растојание од 300 m кон запад, а потоа скршнува до продавницата да купи овошје, која се наоѓа 400 m северно од пекарницата. Потоа Иво се враќа дома.
   а) Колкав пат поминал Иво до продавницата и колкаво е неговото поместување?
   б) Колкав вкупен пат поминал Иво и колкаво е неговото поместување?
5. Сара тргнува од нејзиниот дом, кој е сместен во координатниот почеток, и се движи 3 km кон запад. На координатната оска обележи ги нејзината почетна и крајна положба. Колкав пат изминала Сара и колкаво е нејзиното поместување? Дали овие две физички величини во случајов се еднакви?



6. Тони тргнува од точката А и се движи до точката Б по означените траектории. Колкав пат изминува Тони и колкаво е неговото поместување во трите случаи?



2.2 Рамномерно праволиниско движење

Патувајќи со воз, Денис забележал дека возот поминува покрај бандери поставени покрај шините. Еден од кондуктерите му кажал дека тие се наоѓаат на меѓусебно растојание од 80 m. Денис кога се наоѓал кај десеттата бандера решил како проектна задача по предметот физика да го опише движењето на возот што се движи по прави шини, при што почнал да ги запишува своите резултати.

За да го опише движењето на возот, треба да ја одреди неговата положба x во секој момент од времето t. За таа цел, треба да ја одреди неговата брзина на движење и да најде формула со која ќе може да пресмета каде ќе се наоѓа возот во однос на почетната станица, ако возот продолжи да се движи на истиот начин.

Денис во табела (табела 1) го запишува времето (t) кога возот поминува покрај нова бандера и положбата (x) на возот во тој момент во однос на железничката станица. За почетен момент го зема времето кога возот се наоѓа кај 10тата бандера, односно на растојание од 800 m од железничката станица. Референтниот систем го поставува со почеток во станицата и во насока на движење на возот.



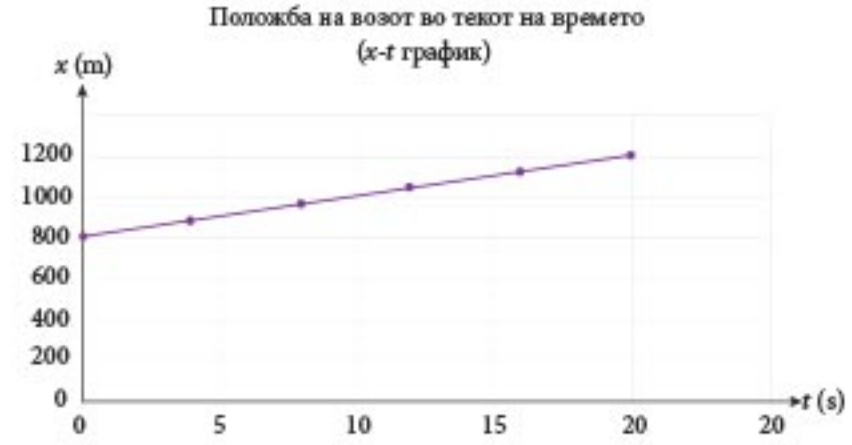
▲ **Слика 1.** Воз се движи праволиниски

t (s)	x (m)
0	800
4	880
8	960
12	1040
16	1120
20	1200

▲ **Табела 1:** Положбата на возот во текот на времето

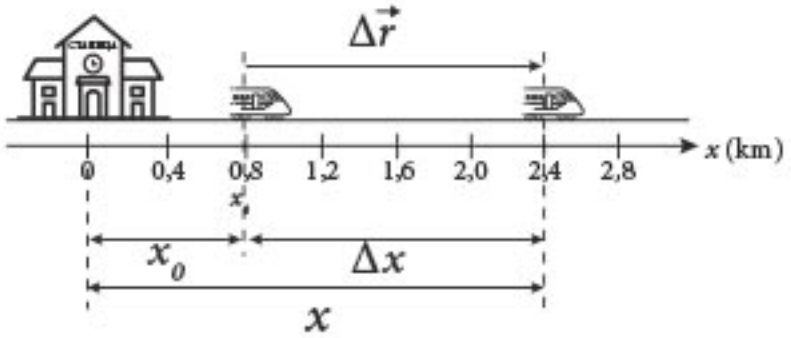
Положба на телото во текот на времето и брзина при рамномерно праволиниско движење

Наједноставен начин за да се визуелизира каде ќе се наоѓа возот во текот на времето е движењето на возот да се прикаже на график. Во случајов, независната променлива величина е времето t и истото го нанесуваме на апцисната оска. Зависна променлива величина е положбата, која зависи од времето на движење. Положбата на возот ја нанесуваме на ординатната оска. Со тоа се добива график на положбата на возот во текот на времето, кој Денис го цртал во софтвер за обработка на табеларни податоци (пример: MS Excel).



▲ **График 1.** Движењето на возот прикажан со график на положбата на возот во текот на времето

Од графикот може да се заклучи дека положбата на возот се менува линеарно во текот на времето.



▲ **Слика 2.** Движење на воз прикажано на бројна оска

Што се случува со возот при движењето? Тој се оддалечува од железничката станица. Ова движење на возот може да се прикаже и на бројна оска, дадено на слика 2.

Ако од податоците дадени во табелата се пресмета односот на поместувањето на возот помеѓу било кои две соседни бандери и соодветниот временски интервал за истите бандери, се гледа дека тој однос секогаш има иста вредност, односно е константен. Или, запишано со формула за неколку поместувања се добива:

$$\frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2} = 20\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Провери дали ќе ја добиеш истата вредност ако го пресметаш односот на поместувањето и изминатото време помеѓу било кои две бандери.

Односот на поместувањето и временскиот интервал за кој настанало тоа поместување се нарекува брзина на тело

Кога возот се движи праволиниски без да ја промени насоката на движење, неговата брзина се пресметува по формулата:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Според равенката, брзината може да се дефинира како количник од поместувањето и времето.

Каде $\Delta x = x - x_0$ е модулот на поместување на возот во временскиот интервал $\Delta t = t - t_0$, x_0 е координатата (положбата) на возот во почетниот момент t_0, а x е координатата (положбата) на возот во моментот t.

Единица за брзина е метар во секунда (m/s). Брзината на телото е $1\frac{\text{m}}{\text{s}}$ кога телото за време од 1 s изминува пат од 1 m.

Вака дефинираната брзина е скаларна величина. Но, поместувањето $\Delta\vec{r}$ е векторска величина, затоа и брзината е векторска величина. Брзината како вектор се дефинира на следниот начин:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Од равенката се гледа дека правецот и насоката на брзината се исти со правецот и насоката на поместувањето.

Движењето на возот по прави шини, кога возот се движи рамномерно, така што неговата брзина не се менува, е пример за наједноставниот вид на движење.

Движењето на телото по права линија со константна брзина, се нарекува рамномерно праволиниско движење.

При движењето на возот се менуваат неговите координати, при што модулот на поместувањето на возот е $\Delta x = x - x_0$

Од скаларната равенка за брзина следува дека модулот на поместувањето на возот се пресметува по формулата:

$$\Delta x = v\Delta t \text{ односно } x - x_0 = v\Delta t$$

Најчесто почнуваме со мерење на времето во моментот кога возот се наоѓа во положбата x_0, што значи земаме дека $t_0 = 0$. Затоа, временскиот интервал може да го запишеме поедноставно како $\Delta t = t - t_0 = t - 0 = t$. Ако сакаме да ја одредиме положбата на возот во кој било момент t, запишуваме:

$$x = x_0 + vt\,.$$

Со оваа равенка целосно е определена положбата на возот во секој момент од времето при рамномерно праволиниско движење.

График на положбата на телото во текот на времето

Графикот на положбата на возот е права линија која покажува како се менува положбата на возот во текот на времето.

Доколку возот се движи во позитивната насока на x-оската, вредноста на координатата ќе се зголемува, поместувањето ќе биде позитивно. Аналогно, брзината ќе биде позитивна. Во спротивно, движењето кон негативната x-оска има негативна брзина.

И во зависност од насоката на движење на возот во однос на x оската равенката за координатата која ја определува положбата на возот, ја запишуваме во обликот:

$$x = x_0 \pm vt$$

На графиците 2 а), б) и в) е дадена положбата на три воза во текот на времето.

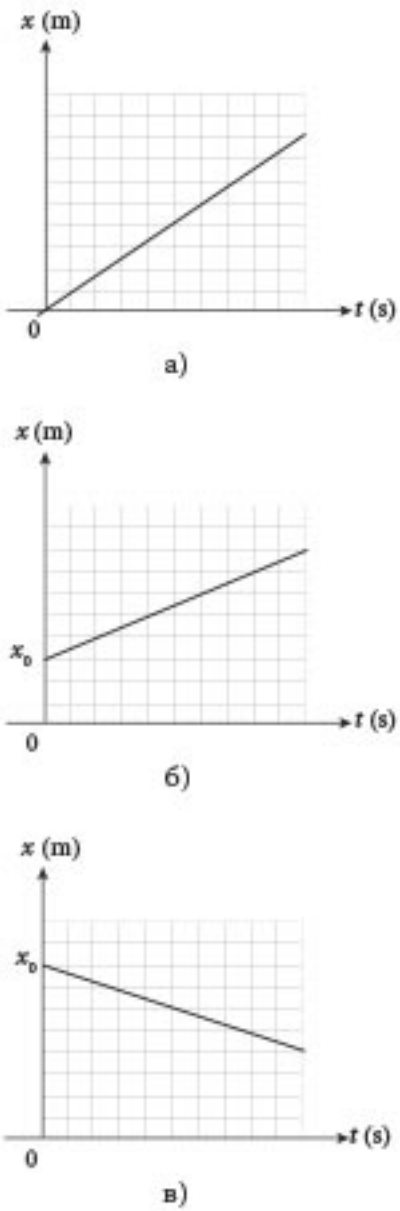
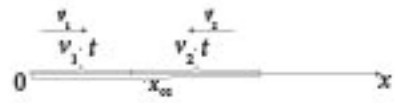


График 2. График на положбата на 3 воза во текот на времето

а) График на положба на овој воз во текот на времето кој тргнува од координатниот почеток и се движи во позитивна насока на x-оската. Равенката на движење за овој воз е: $x = vt$, а брзината има позитивна вредност.

б) График на положбата во текот на времето на овој воз кој се движи во позитивната насока на x-оската и тргнува од местото со координата x_0. Равенката на движење на овој воз е: $x = x_0 + vt$.

в) График на положбата во текот на времето на овој воз кој се движи во спротивна насока на x-оската тргнувајќи од местото со координата x_0. Равенката на движење за овој воз е зададена со формулата: $x = x_0 - vt$.



▲ **Слика 2.** Скица на движењето на Петар и Миле

Решен пример 1:

Петар и Миле со своите автомобили истовремено тргнуваат од два града, еден кон друг. Растојанието помеѓу двата града е $x_0 = 35\ \text{km}$. Петар се движи со константна брзина $v_1 = 54\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, а Миле со брзина $v_2 = 72\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Пресметај го местото и времето на нивното сретнување. Задачата реши ја аналитички и графички.

Совет:

За полесно решавање на задачата, потребно е да се направи скица во која ќе се обележат сите физички величини со чија помош се решава задачата.

Дадено е:

$$x_0 = 35\,\text{km} = 35000\,\text{m} = 35 \cdot 10^3\,\text{m};\ v_1 = 54\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 54\,\frac{1000\,\text{m}}{3600\,\text{s}} = 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$v_2 = 72\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 72\,\frac{1000\,\text{m}}{3600\,\text{s}} = 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Се бара:

$t = ?\qquad x = ?$

Решение:

Двата града, односно двете почетни положби на Миле и Петар се нанесуваат на дадена X-оска. Положбата на Миле ја поставуваме во координатниот почеток.

Се запишуваат равенките за координатите на движење и на двата автомобили:

Миле:

$$x_1 = x_{01} + v_1 t \qquad x_{01} = 0$$

$$x_1 = v_1 t$$

Петар:

$$x_2 = x_{02} - v_2 t \quad x_{02} = x_0$$
$$x_2 = x_0 - v_2 t$$

Во оној момент кога ќе се пресретнат автомобилите, нивните координати ќе бидат еднакви:

$$x_1 = x_2$$
$$\Rightarrow v_1 t = x_0 - v_2 t$$

Со решавање на равенката, за времето t на нивната средба добиваме:

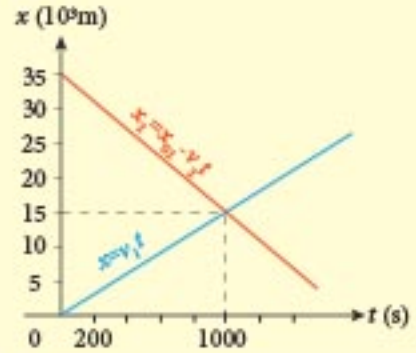
$$v_1 t + v_2 t = x_0$$
$$t(v_1 + v_2) = x_0$$
$$t = \frac{x_0}{(v_1 + v_2)} = \frac{35 \cdot 10^3 \text{ m}}{(15 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 20 \frac{\text{m}}{\text{s}})} = 1000 \text{ s}$$

Значи, тие ќе се сретнат по 1000 s. Со замена на оваа вредност во равенките за координатата на нивната средба, имаме:

$$x_1 = x_2 = x = v_1 t = 15 \frac{\text{m}}{s} \cdot 1000 \text{s} = 15000 \text{ m} = 15 \cdot 10^3 \text{ m} = 15 \text{ km}$$

Местото каде ќе се сретнат Миле и Петар се наоѓа на 15 km од градот на Миле, во насока на градот на Петар.

Точката каде што се сечат правите кои го претставуваат движењето на Миле и Петар ги дава местото и времето каде што тие ќе се сретнат (график 3).

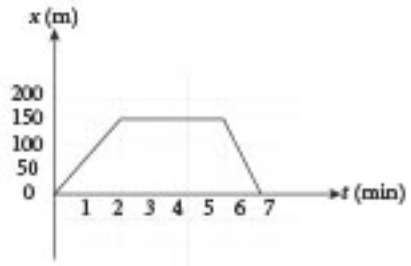


▲ **График 3.** График на движењата на Миле и Петар

Но, што сè може да се одреди од графикот на положбата на телото во текот на времето? За да добиеш одговор на ова прашање, даден е еден пример.

Решен пример 2:

Дадено е движењето на Сара која тргнува од дома и оди во продавницата што е оддалечена 150 метри од нејзиниот дом. Според податоците на график 4 одреди:



▲ **График 4.** Положбата на Сара во текот на времето

а) Каде се наоѓала Сара по 3 минути по излегувањето од домот?
б) Колкав е вкупниот пат што го изминала Сара?
в) Колкаво е нејзиното поместување?
г) Во кој временски интервал Сара се движела со најголема брзина и колкава била таа брзина?
д) Во кој временски интервал Сара била во продавницата, а кога се враќала наназад?

Решение:

а) По три минути од излегувањето на Сара од домот таа имала координата 150 m и мирувала. Значи се наоѓала во продавницата.

б) Вкупниот пат што го поминала Сара е збир од патот што го поминала од домот до продавницата и назад. Односно:

$$s = s_1 + s_2 = 150\,\text{m} + 150\,\text{m} = 300\,\text{m}$$

в) Поместувањето на Сара е

$$\Delta x = x - x_0 = 0\,\text{m} - 0\,\text{m} = 0\,\text{m}$$

г) Сара се движела првите 2 минути и од шестата до седмата минута, со различни брзини.

$$v_{0-2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{\Delta t} = \frac{150\,\text{m} - 0\,\text{m}}{2\,\text{min}} = \frac{150\,\text{m}}{120\,\text{s}} = 1{,}25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{6-7} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{\Delta t} = \frac{0\,\text{m} - 150\,\text{m}}{1\,\text{min}} = -\frac{150\,\text{m}}{60\,\text{s}} = -2{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Знакот „–“ кај брзината укажува дека Сара се движела во спротивна насока односно назад, кон почетната точка.

Од добиените резултати може да се заклучи дека Сара се движела побрзо при враќањето кон домот. Ако ја споредиме правата линија која го прикажува нејзиното движење при одење до продавницата со правата линија што го прикажува нејзиното враќање, забележуваме дека наклонот на правата при враќањето е поголем, што значи дека брзината на движењето во тој дел е поголема. Тоа се потврдува и со пресметките.

Може да заклучиме дека колку што е поголем наклонот на правата на графикот $x(t)$, толку е поголема и брзината на движењето.

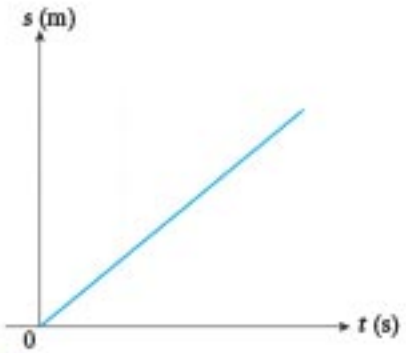
д) Сара била во продавницата во втората до шестата минута, додека се враќала кон домот од шестата до седмата минута.
Дали сега можеш да дадеш одговор што се може да се одреди од графикот на положбата на телото во текот на времето?

График на изминат пат при рамномерно праволиниско движење

За разлика од графикот на положбата на возот што во секој момент ни кажува каде се наоѓа возот, графикот на изминатиот пат ни кажува колку пат изминал возот во текот на времето. При рамномерно праволиниско движење графикот на изминатиот пат:

1. е права линија која секогаш почнува од координатниот почеток, затоа што во почетниот момент изминатиот пат $s = 0$ m
2. е растечка функција затоа што патот што го изминува телото при рамномерното праволиниско движење цело време се зголемува без разлика во која насока се движи телото
3. може да биде и хоризонотална линија, доколку има периоди кога телото мирува.

Графикот на изминатиот пат на телото при рамномерно праволиниско движење во текот на времето е даден на график 5.



▲ **График 5.** График на изминат пат при рамномерно праволиниско движење

Од графикот на изминатиот пат во текот на времето може да се одреди со колкава брзина се движи телото во текот на времето, но од овој график не може да се одреди насоката на движење на телото.

Според податоците и графикот од решениот пример 2, нацртај го графикот на брзината на Сара во текот на времето и графикот на изминатиот пат во текот на времето.

Што заклучуваш?

Внимавај:

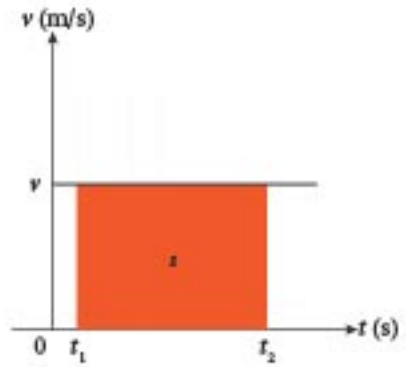
Сега на ординатата е претставена друга физичка величина, изминат пат. Секогаш внимателно прочитај што е запишано на оските на графикот.

График на брзината при рамномерно праволиниско движење

Графикот на брзината на телото ја покажува брзината на телото во секој момент на времето. При рамномерно праволиниско движење, овој график претставува права линија паралелна со временската оска (апцисата), како што е покажано на график 6.

Но, освен брзината на телото, што друго може да се одреди од графикот на брзината на телото во текот на времето?

Да ја пресметаме плоштината на засенчената површина на графикот. Бараме плоштина на правоаголник, која се пресметува како производ од висината и должината на правоаголникот. На овој график, висината на правоаголникот е v, односно вредноста на брзината, а ширината е t_2-t_1, односно должината на временскиот интервал. Нивниот производ ќе биде $v\,(t_2\text{-}t_1)$, што е еднакво на изминатиот пат s.

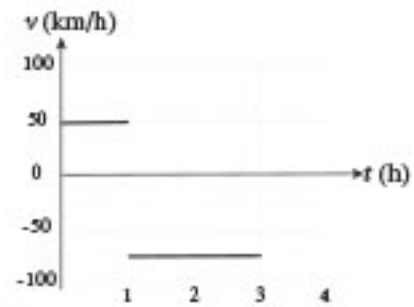


▲ **График 6.** График на брзина на тело при рамномерно праволиниско движење

Следува дека од графикот на брзината на телото во текот на времето може да се пресмета и патот s што ќе го измине телото во временскиот интервал Δt.

Решен пример 3:

На графикот е прикажана брзината на автомобилот што го вози Бени во текот на времето (график 7). Определи ги поместувањето и изминатиот пат на Бени по 2 часа од почетокот на движењето.



▲ **График 7.** График на брзината на автомобилот на Бени во текот на времето

Решение:

Во првиот час возејќи се со брзина од 50 km/h патот што го извозел Бени изнесува:

$$s_1 = v_1 t_1 = 50\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1\text{h} = 50\ \text{km}$$

Потоа Бени ја менува својата насока на возење и следните два часа вози со брзина од 75 km/h. Во вториот час од своето возење тој изминал пат:

$$s_2 = v_2 t_2 = 75\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1\text{h} = 75\ \text{km}$$

но возејќи во спротивна насока од насоката на возење во првиот час.

Вкупниот пат што го изминал Бени е $s = s_1 + s_2 = 50\,\text{km} + 75\,\text{km} = 125\,\text{km}$

Додека неговото поместување е 25 km во спротивна насока од насоката на возење во почетниот момент.

Ако сакаш да знаеш повеќе:

Светлината се движи рамномерно праволиниски. Брзината на светлината (c) во вакуум е максималната брзина во природата. Брзината на кое било тело или честичка, како и брзината на пренесување на некој сигнал, не може да биде поголема од c.

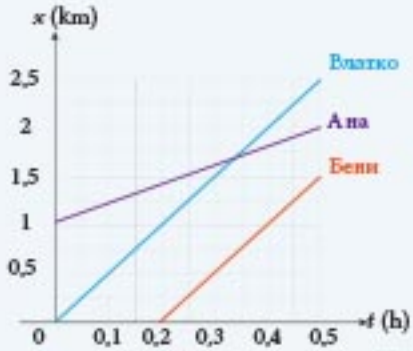
Светлината од Сонцето до Земјата патува за приближно 8 min 20 s. Ова значи дека кога го гледаме Сонцето, ние го гледаме онакво какво што било пред 8 min и 20 s. Најголемата брзина постигната во акцелераторот на честички (Large Hadron Collider – LHC, Церн, Швајцарија), е многу блиску до брзината на светлината и изнесува 99,999999% од брзината на светлината во вакуум. За повеќе: https://home.cern



▲ https://home.cern

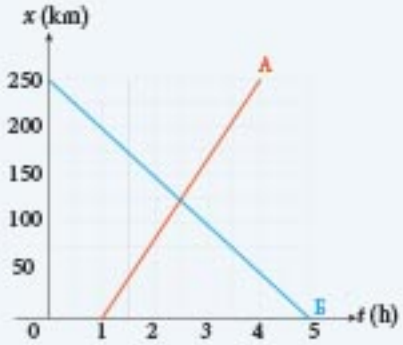
Прашања и задачи:

1. На графикот е прикажано движењето на тројца другари. Според податотоците на графикот одреди:
   - а) Кој се движи со најголема брзина?
   - б) Колкави се брзините на Ана, Бени и Влатко?
   - в) Дали во некој момент ќе се сретнат сите тројца?
   - г) Дали негде Влатко и Бени ќе се сретнат?
   - д) Кој го започнал своето движење најдоцна и по колку време од останатите?
   - ѓ) Колку се оддалечени Ана и Влатко по истекот на половина час, а колку по истекот на 1 час?
   - е) Колкав пат ќе помине секој од нив по 45 минути?



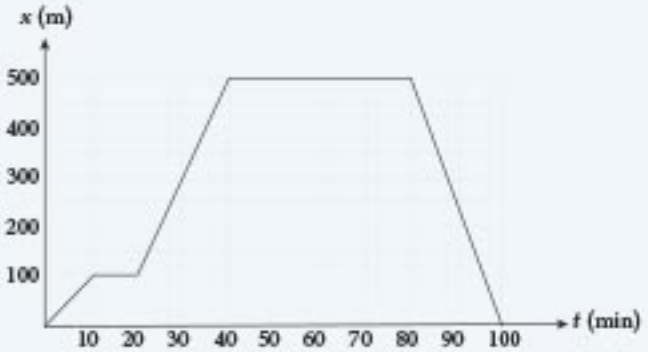
ж) Нацртај го графикот на брзината на движење на Ана, Бени и на Влатко во текот на времето.

2. На графикот е прикажано движењето на двата автомобили означени со А и Б.



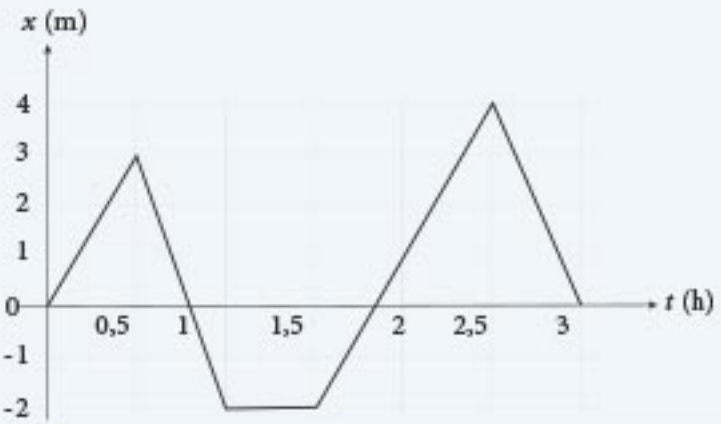
   а) На колкаво растојание се наоѓале пред да тргнат?
   б) Со колкава брзина се движат автомобилите?
   в) Дали тргнуваат истовремено?
   г) Дали ќе се сретнат? Ако одговорот е ДА, кога и каде ќе се сретнат?
   д) Нацртај го графикот на брзината на движење на двата автомобили во текот на времето.

3. Ана ја посетува својата другарка Мелек. На графикот е прикажана положбата на Ана во однос на домот во текот на времето.



   а) Колкав вкупен пат изминала Ана?
   в) По колку време Ана стигнала кај Мелек?
   г) Колку далеку една од друга живеат Ана и Мелек?
   д) Дали Ана во текот на движењето ја менувала својата брзина?
   ѓ) Кога се движела со најголема брзина?
   е) Колку време останала на гости?
   ж) Колку време се враќала кон домот?
   з) Колкаво е поместувањето на Ана?
   ѕ) Нацртај го графикот на брзината на движење на Ана во текот на времето.

4. Според даденият график опиши го движењето на еден велосипедист.



5. Дадено е движењето на Матеј од дома до училиште. На Матеј му се потребни 20 минути да стигне до училиште. Денес Матеј излегол 5 минути порано, затоа што требал да купи доручек во пекарницата која се наоѓа на растојание од 500 m од неговиот дом на патот до училиштето. Во пекарницата Матеј стигнал за 5 минути од тргнувањето од домот. Две минути чекал ред и кога дошло време да плати забележал дека дома го оставил својот паричник. Со трчање, за 2 минути стигнал до својот дом, таму останал 1 минута барајќи го паричникот и без повторно да застанува во пекарницата отишол во училиште. Во училиштето стигнал точно во моментот кога ѕвонело училишното ѕвоно.

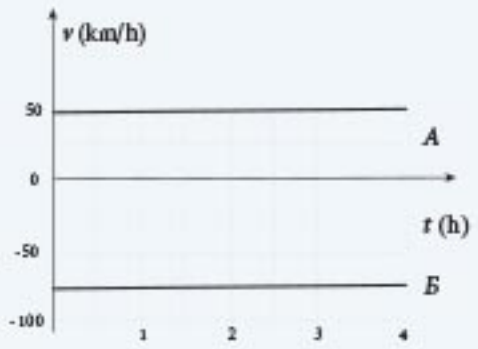
   Според описот на движењето на Матеј до училиштето, нацртај го графикот на кој е прикажана положбата на Матеј во текот на времето и графикот на брзината на Матеј во текот на времето.

6. На графикот е дадено движењето на два автомобила кои во почетниот момент се наоѓаат на исто место.

   а) Пресметај го изминатиот пат на двата автомобила за време од 3 саата.

   б) Кој од автомобилите по истекот од 2 часа ќе биде подалеку од почетната точка?

   в) Колкаво ќе биде растојанието помеѓу автомобилите по 2,5 часа од почетокот?



7. Од исто место тргнуваат двајца пешаци.

   Првиот се движи рамномерно праволиниски со брзина $v_1 = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}$, а вториот со брзина $v_2 = 3\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Пресметај го нивното меѓусебно растојание после поминато време $t = 10\,\text{s}$. Задачата реши ја по аналитички и по графички пат.

8. Од едно место тргнува велосипедист и се движи праволиниски со константна брзина $v_1 = 20\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Од истото место, со задоцнување од $\Delta t = 20\,\text{s}$, друг велосипедист тргнува во спротивна насока и се движи со константна брзина $v_2 = 18\frac{\text{km}}{\text{h}}$. После колку поминато време t, од почетокот на движењето на првиот велосипедист, растојанието помеѓу двајцата велосипедисти ќе изнесува $\Delta x = 1\text{km}$?

2.3 Рамномерно забрзано праволиниско движење

Во секојдневието најголем дел од движењата не се рамномерни.

Пример, автомобилот не се движи со иста брзина во текот на целото патување. Тој тргнува од паркингот, застанува на семафорот, па продолжува понатаму. Ова значи дека брзината на автомобилот во текот на движењето постојано се менува. Ваквото движење е наречено променливо движење. За да може да се опишат движењата кога брзината се менува, ќе се запознаеме со уште неколку физички величини.

Средна брзина

Средната брзина е „просечната" брзина со која телото се движи во одреден временски период.

Односот помеѓу вкупното поместување на телото и вкупното време на движењето се нарекува средна брзина на движењето.

Средната брзина на движењето е дадена со равенката

$$\vec{v}_{sr} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Средната брзина на движењето во скаларен облик при променливо праволиниско движење може да се запише и како однос на вкупниот изминат пат и времето потребно да се измине тој пат, односно

$$v_{sr} = \frac{s}{\Delta t}.$$

Мерна единица за средна брзина е метар во секунда (m/s).

Решен пример 1:

Куче трча да фати топче што му го фрлил сопственикот (слика 1). Во првата секунда од движењето кучето изминува пат од $s_1 = 3\,\text{m}$, во втората секунда изминува пат од $s_2 = 4\,\text{m}$, а во третата секунда изминува пат од $s_3 = 5\,\text{m}$. Пресметај ја средната брзина на кучето за време на целиот изминат пат.

Дадено е:

$$s_1 = 3\,\text{m},\ s_2 = 4\,\text{m},\ s_3 = 5\,\text{m}$$

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3 = 1\,\text{s}$$



▲ **Слика 1.** Куче трча по топка

Се бара:

$v_{sr} = ?$

Решение:

Ја запишуваме основната равенка за средна брзина $v_{sr} = \frac{s}{\Delta t}$ затоа што кучето во сите различни временски интервали се движи рамномерно праволиниски, но со различна брзина. Вкупниот изминат пат е збир од поединечните изминати патишта s_1, s_2 и s_3.

На ист начин се добива и за вкупното изминато време. Па запишуваме

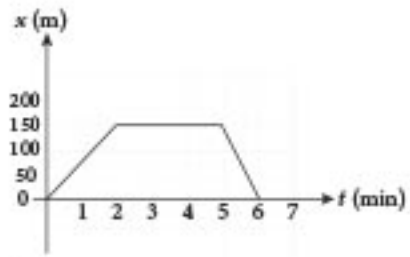
$$v_{sr} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3}$$

$$v_{sr} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} = \frac{3\,\text{m} + 4\text{m} + 5\text{m}}{1\text{s}+1\text{s}+1\text{s}} = \frac{12\text{m}}{3\text{s}} = 4\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

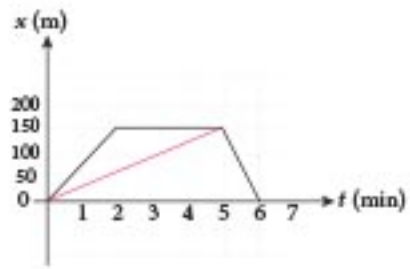
Со воведување на средната брзина кај променливото движење, во дел од патот, променливото движење може да се прикаже како рамномерно праволиниско движење со брзина еднаква на средната брзина.

Оваа брзина на телото може да се определи и од графикот на положбата на телото во текот на времето и таа, помеѓу кои било две положби на телото, може да се пресмета со формулата

$$v_{sr} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$



▲ **График 1 а.** Положба на Сара во текот на времето кога се движи со променлива брзина



▲ **График 1 б.** Положбата на Сара во текот на времето кога се движи со променлива брзина. Наклонот на црвената линија ја дава средната брзина на Сара во првите 5 минути.

Решен пример 2:

Да ја определиме средната брзина на Сара во првите 5 минути, чие движење дадено на график 1.

Решение:

На крајот на петте минути Сара се наоѓала во продавницата со координата 150 m.

Средната брзина на Сара во првите пет минути е

$$v_{sr} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{150\,\text{m}}{5\,\text{min}} = 30\frac{\text{m}}{\text{min}}$$

Моментна брзина



▲ **Слика 2.** Брзиномер кој покажува дека автомобилот се движи со брзина 50 km/h

При движење, сите превозни средства мора да ги почитуваат сообраќајните знаци кои ја ограничуваат брзината на движење. Ако ја знаеме само средната брзина на движење, не може да имаме информација дали ограничувањето на брзината се почитува во секој момент од движењето. Од примерот може да се сфати потребата за воведување на нова физичка величина наречена **моментна брзина**, која ни дава информации за брзината на телото во секој момент на времето. Колкава е оваа брзина кај превозните средства може да се прочита на брзиномерите што ги поседуваат (слика 2).

Моментната брзина се пресметува преку поместувањето на телото направено за многу краток временски интервал, односно

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \text{ кога } \Delta t \to 0$$

Или кога телото се движи по права линија:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ кога } \Delta t \to 0$$

Забрзување

Тимот AMZ Racing од Швајцарија со електричен автомобил во 2023 г. постави светски рекорд, достигнувајќи брзина од 100 km/h (или 27,78 m/s) за само 0, 956 секунди. Тоа значи дека автомобилот за помалку од една секунда од мирување достигнал брзина што на автопат се постигнува за неколку секунди. Брзата промена на брзината, односно времето за промена на брзината од 0 до 100 km/h, е еден од најважните показатели за тоа какви можности имаат автомобилите. При ваквото движење брзината на автомобилот се менува во секој момент на времето.

Промената на брзината во единица време се нарекува забрзување.

Мерна единица за забрзување е метар во секунда на квадрат (m/s²). Забрзувањето е $1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ кога брзината на телото за време од 1 s се менува за $1\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Забрзувањето може да се менува во текот на движењето, па затоа најчесто се користи **средното забрзување**, кое се определува со формулата

$$\vec{a}_{sr} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Средното забрзување претставува векторска величина, чија насока се совпаѓа со насоката на векторот на промената на брзината $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$.

За големината на средното забрзување се добива $a_{sr} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.

Забрзувањето на телото може да биде позитивно ($a > 0$), кога брзината на телото се зголемува и негативно ($a < 0$), кога брзината на телото се намалува, односно кога телото забавува.

Решен пример 3:

Брзината на некој автомобил за 5 s се зголемила од 54 km/h до 72 km/h. Колкаво е средното забрзување на автомобилот?

Дадено:

$$v_1 = 54\,\text{km/h} = 54\frac{1000\,\text{m}}{3600\,\text{s}} = 15\frac{\text{m}}{\text{s}};\ v_2 = 72\,\text{km/h} = 72\frac{1000\,\text{m}}{3600\,\text{s}} = 20\frac{\text{m}}{\text{s}};\ \Delta t = 5\,\text{s}$$

Се бара

$a_{sr} = ?$

Решение:

$$a_{sr} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{20\,\text{m/s} - 15\,\text{m/s}}{5\,\text{s}} = 1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



▲ **Слика 3.** Автомобил кој од мирување се движи по права патека

Рамномерно забрзано праволиниско движење

Иван го истражува движењето на автомобил кој тргнува од состојба на мирување и се движи по права траекторија (слика 3).

За да го пресмета забрзувањето на автомобилот, тој ја запишувал брзината на автомобилот која ја отчитувал од брзинометрот на автомобилот на секои 5 s. Резултатите ги внел во табела (табела 1) и ги претставил на график, на кој е прикажана зависноста на брзината на автомобилот, изразена во m/s, во текот на времето.

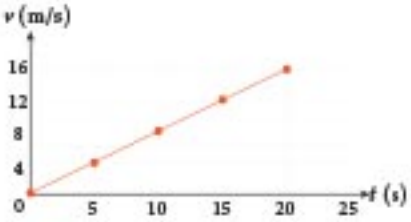
t (s)	v (km/h)	v (m/s)
0	0	0
5	15	4, 2
10	29	8,1
15	43	11,9
20	58	16,1

▲ **Табела 1:** Брзина на автомобилот во текот на времето

Од график 2 на брзината во текот на времето го пресметал забрзувањето на автомобилот за секои 5 s и добил дека тоа е константно, односно

$$\frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} = \frac{v_4 - v_3}{t_4 - t_3} = const = 2,0\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Заклучил дека автомобилот рамномерно забрзувал. Сфатил дека ова движење е пример за рамномерно забрзано движење, движење за кое веќе учел во училиште. Исто така, се потсетил дека патеката на движење била права линија.



▲ **График 2.** График на брзината на автомобилот во текот на времето

Движењето на телото по права линија, при кое забрзувањето на телото е константно се нарекува рамномерно праволиниско забрзано движење.

Забрзувањето во текот на времето може да се претстави на график (график 3). Може да се забележи дека графикот е права линија паралелна со временската оска (апцисната оска). Тоа значи дека вредноста на забрзувањето во кој било момент од времето е непроменета.



▲ **График 3.** График на забрзувањето во текот на времето при рамномерно забрзано движење

Закон за брзина кај рамномерно праволиниско забрзано движење

Од равенката за забрзување

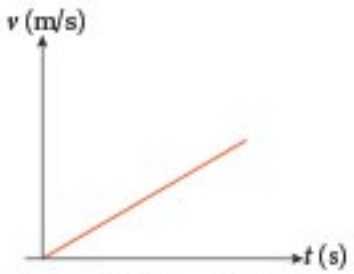
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t}$$

Иван ја напишал и равенката како се менува брзината на автомобилот во секој момент на времето

$$v = v_o + a\,\Delta t$$

Равенката со која може да се определи брзината на автомобилот во секој момент на времето е наречена **закон за брзина.**

Затоа што автомобилот тргнал од мирување односно во $t_0 = 0$ s, неговата брзина е $v_0 = 0$ m/s. Иван законот за брзината за автомобилот во кој се возел го запишал како $v = at$.



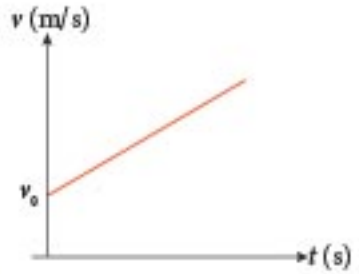
▲ **График 4а.** График на брзина при рамномерно забрзано движење во текот на времето

График на брзина кај рамномерно праволиниско забрзано движење

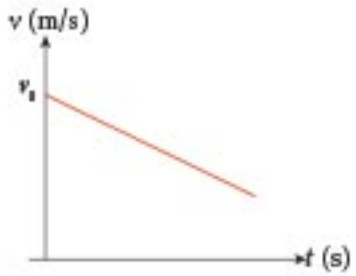
Графиците на брзината на движење на телата се прави кои прикажуваат како се менува брзината на телото во текот на времето.

При рамномерно праволиниско забрзано движење на телата, во зависност од тоа дали во почетниот момент телото тргнува од мирување или има почетна брзина која може да се зголемува или да се намалува, графиците се различни (график 4).

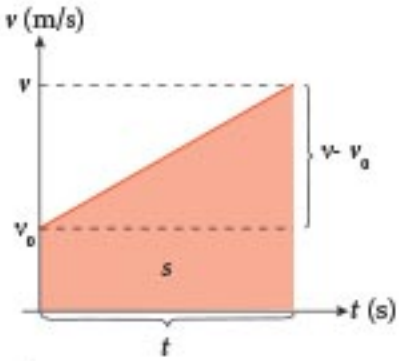
а) телото тргнува од мирување
б) телото има почетна брзина v_0 и во текот на времето брзината се зголемува



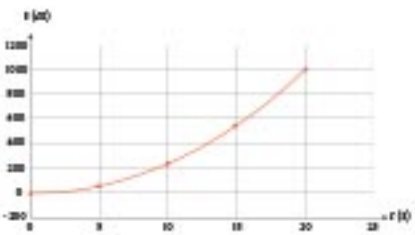
▲ **График 4б.** График на брзина при рамномерно забрзано движење во текот на времето



▲ **График 4в.** График на брзина при рамномерно забрзано движење во текот на времето



▲ **График 5:** Плоштината на засенчената површина под правата, со која е дадена зависноста на брзината на телото во текот на времето, е еднаква на изминатиот пат s на телото



▲ **График 6.** Изминат пат кај рамномерно забрзано движење

Парабола е график на квадратна функција од видот $y = a+bx+cx^2$

в) телото има почетна брзина v_0 и во текот на времето брзината се намалува

Од графикот на брзината може да се определи забрзувањето на телото. Забрзувањето е наклонот на правата која ја дава зависноста на брзината во текот на времето

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Ако наклонот на правата е поголем и забрзувањето на телото е поголемо. Од графикот 4 в) исто така може да се забележи дека ако брзината на телото се намалува, забрзувањето е негативно.

Кога го разгледуваме рамномерното праволиниско движење видовме дека плоштината под линијата на графикот на брзината на телото во текот на времето е еднаква на изминатиот пат. Истото важи и кај рамномерното забрзано движење.

Да ја пресметаме таа плоштина од график 5. Сега имаме две геометриски фигури, правоаголникот со висина v_0 и должина t, како и триаголник со страна t и висина $v - v_0$:

$$s = v_0 t + \frac{(v - v_0)t}{2}$$

Ако вториот член на оваа равенка го помножиме и поделиме со t, знаејќи дека $a = \frac{v - v_0}{t}$ за изминатиот пат се добива $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

Изминатиот пат кај рамномерно праволиниско забрзано движење зависи правопропорционално од квадратот на времето на движење на телото.

Од добиените резултати за забрзувањето, Иван го пресметал изминатиот пат според оваа формула. Во софтвер за обработка на табеларни податоци (на пр. MS Excel) го нацртал и графикот на изминатиот пат на автомобилот во текот на времето (график 6). На графикот се гледа квадратната зависност на патот од времето бидејќи не е права линија, туку парабола.

t (s)	s (m)
0	0
5	25
10	250
15	562
20	1000

▲ **Табела 2:** Изминат пат на автомобилот во текот на времето

Решен пример 4:

Автомобил се движи со брзина од 50 km/h. На патот ненадејно се појавува пречка поради која автомобилот мора да застане. Знаејќи дека времето на реакција на возачот од моментот на забележување на пречката до моментот на притискање на кочницата е 1,5 s, да се одреди патот што ќе го помине автомобилот пред да застане ако неговото забрзување е 5 m/s².

Дадено:

v_0=50 km/h = 13,9 m/s; t =1,5 s; a = - 5 m/s²

Се бара: s = ?

Решение:

Вкупниот пат што ќе го измине автомобилот до запирањето може да се подели на два дела.

Првиот дел е патот што го изминува автомобилот од моментот кога ја забележува препреката до моментот кога притиска на кочницата. Во овој дел автомобилот се движи рамномерно праволиниски. Патот што ќе го измине автомобилот за ова време се определува по формулата

$$s_1 = v_0 t = 13{,}9\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1{,}5\text{s} = 20{,}8\text{ m}$$

Вториот дел од патот е делот кога возачот притиска на кочницата. Во тој дел од патот автомобилот се движи рамномерно забрзано. Неговата брзина се намалува, па забрзувањето е негативно. Патот што ќе го помине автомобилот за тоа време може да се пресмета по формулата

$s_2 = v_0 t_1 + \frac{a t_1^2}{2}$ каде што t_1 е времето потребно автомобилот да закочи.

Во оваа формула не е познато времето потребно на автомобилот да закочи. Но, познато е дека крајната брзина на автомобилот v ќе биде $0\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Времето може да се определи од формулата

$v = v_o + a\, t_1$ од каде што за времето t_1 се добива $t_1 = \frac{v - v_0}{a}$

Ако се заменат бројните вредности, за времето се добива $t_1 = \frac{-v_0}{a} = \frac{-13{,}9\frac{\text{m}}{\text{s}}}{-5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2{,}8\text{s}$

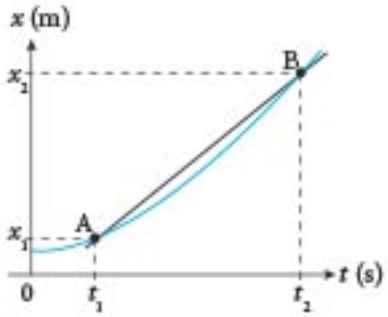
Во формулата за изминатиот пат, која веќе ја запишавме, ја заменуваме оваа вредност за t_1:

$$s_2 = v_0 t_1 + \frac{a t_1^2}{2} = 19{,}3\text{ m}$$

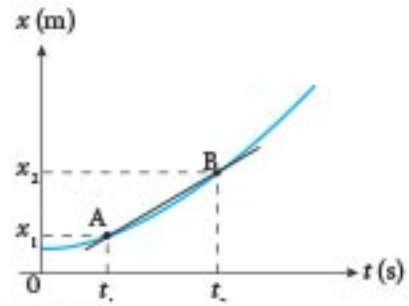
За вкупниот пат што ќе го измине автомобилот пред да закочи се добива

$$s = s_1 + s_2 = 40{,}1\text{m}$$

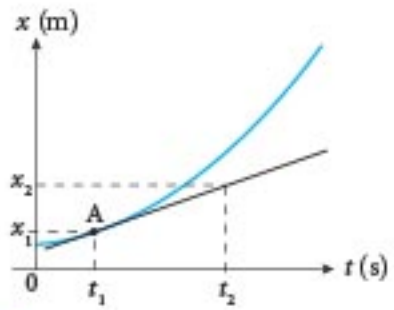
Растојание од над 40 m не е малку! Затоа е важно да бидеме внимателни во сообраќајот, како возачите, така и пешаците.



▲ **График 7.** График на положба на телото во текот на времето кога телото се движи рамномерно забрзано



▲ **График 8.**



▲ **График 9.**

Ако сакаш да знаеш повеќе:

Од графиците на положбата (график 7) и изминатиот пат на телото кое се движи рамномерно забрзано праволиниски, може да се одреди средната брзина на движењето во кој било временски интервал Δt.

Средната брзина со која се движи телото во временскиот интервал Δt може да се пресмета со формулата:

$$v_{sr} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

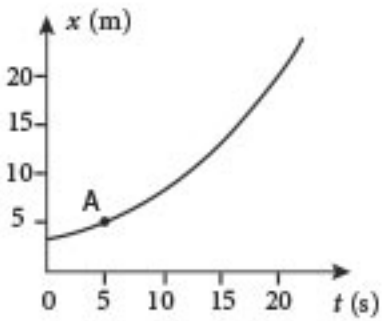
Оваа формула го дава наклонот на правата AB.

Но, од графикот може да се одреди и моментната брзина на телото во кој било момент на времето.

Го намалуваме временскиот интервал Δt (график 8). Наклонот на правата AB се доближува до тангентата на кривата која го опишишува движењето на телото во времето Δt. За временски интервал близок до нула, наклонот на правата потполно се поклопува со тангентата на кривата во точка A (график 9). Наклонот на таа права ќе ја дава моментната брзина на телото во точката A.

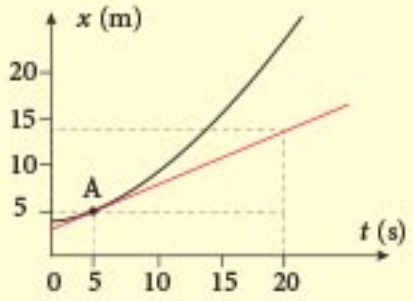
Решен пример 5:

Определи ја моментната брзина на Аида во точката A чие движење е дадено на графикот.



Решение:

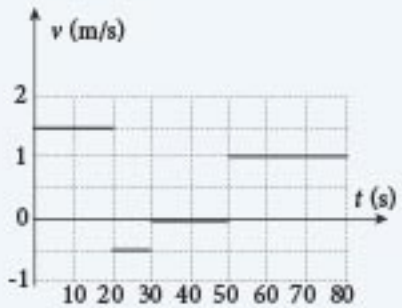
Од наклонот на правата која е тангента на кривата во точката A за брзината на Аида во точката A, се добива



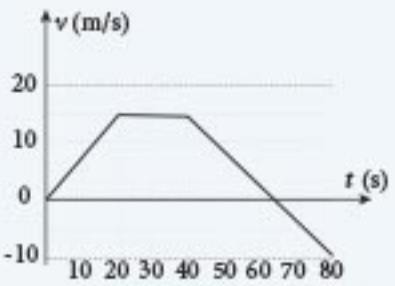
$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{13\,\text{m} - 5\,\text{m}}{20\,\text{s} - 5\,\text{s}} = 0,53\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Прашања и задачи:

1. Со свој пример објасни ја разликата помеѓу средната брзина и моментната брзина.
2. Еден велосипедист првата половина од патот ја поминува со брзина од $v_1 = 10\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, а втората половина од патот ја поминува со брзина $v_2 = 25\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Определи ја средната брзината со која се движел велосипедистот на целиот пат.
3. Првата половина од патот еден дрон ја прелетува за време од $t_1 = 2\,\text{s}$, а втората половина за време од $t_2 = 10\,\text{s}$. Ако вкупниот пат што го поминува дронот е $s = 45\,\text{m}$, определи ја средната брзина.
4. Брзината на движењето на еден бумбар што се движи праволиниски е даден на графикот.



   а) Определи ја средната вредност на брзината на бумбарот.
   б) Определи го изминатиот пат на бумбарот за време од 80 s.
   в) Определи го поместувањето на бумбарот по истекот на 80 s.
   г) Дали бумбарот ја менува насоката на движење?
   д) Дали бумбарот некогаш ќе се врати во местото од каде тргнал? Ако да, кога?
5. Брзината на движењето на еден автомобил е дадено на графикот.



   а) Опиши го движењето на автомобилот во текот на времето.
   б) Нацртај го графикот на забрзувањето на автомобилот во текот на времето.
   в) Дали во некој момент брзината на автомобилот била еднаква на нула? Ако да, кога?

г) Дали автомобилот ја менува својата насока на движење?

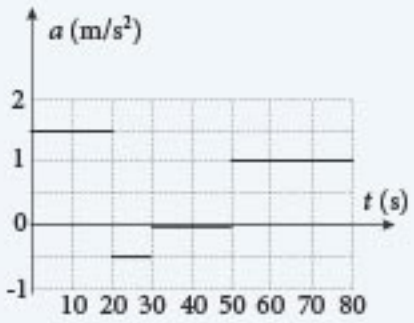
д) Во кој интервал се движи со најголемо забрзување?

ѓ) Пресметај го вкупниот пат што ќе го помине автомобилот.

6. Електричен тротинет за време $t = 20\ \text{s}$ тргнува од место и се движи рамномерно забрзано праволиниски со забрзување $a = 0,5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Определи ја брзината на крајот од патот.

7. Автомобил тргнувајќи од место се движи рамномерно забрзано праволиниски, и за време од $t = 1,5\ \text{min}$ поминува пат од $s = 1\ \text{km}$. Пресметај ги брзината на крајот од патот и забрзувањето.

8. Даден е графикот на забрзувањето на електричен тротинет. Ако тротинетот во почетниот момент мирувал:

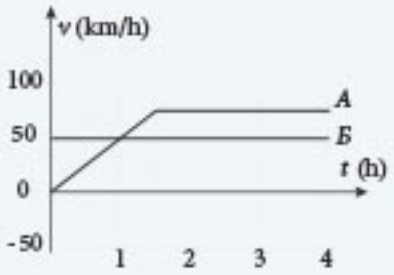


а) Одреди ја брзината на тротинетот по 20 s, 30 s, 50 s и 80 s.

б) Нацртај го графикот на брзината на тротинетот во текот на времето.

в) Колкав вкупен пат ќе помине тротинетот?

9. На графикот се дадени брзините на движење на два автомобили кои тргнуваат од исто место.



а) Опиши ги нивните движења.

б) Определи ги забрзувањата на автомобилите во текот на времето.

в) Дали и кога овие автомобили имаат еднаква брзина?

г) Дали и каде ќе се сретнат?

д) Колкав пат ќе изминат за време од 3 часа?

ѓ) Нацртај го графикот на изминатиот пат во текот на времето за двата автомобили.

е) Нацртај го графикот на забрзувањето на двата автомобили во текот на времето.

Експеримент: Мерење на брзина и забрзување на топче кое се тркала по накосена рамнина.

Задача: Со помош на видео одреди го забрзувањето на топчето што се движи по накосена рамнина.



▲ **Слика 1.** Поставеност на експериментот

Потребна опрема:

- Накосена рамнина чиј наклон може да се менува. Може да се користи и подолга рамнина која може да се поткрева, на пример штица или плех потпрени на купче од книги.
- Топче, на пример тениско топче. Избери топче со силна боја, за да има силен контраст со заднината. На пример, зелено или црвено топче со бел ѕид како заднина.
- Метарска лента. Доколку се користи апликацијата FizziQ, доволно е само да се обележи должина за калибрација, на пример 1 m некаде во кадарот. Тоа може да биде директно на самата наведена рамнина, но повторно треба да биде јасно видливо на видеото.
- Камера или телефон за видео мерење, со статив. Телефонот би можел да се прицврсти за подлогата и на друг начин, но мора да биде фиксиран.
- Софтвер за пуштање и анализа на видеото. Во овој експеримент препорачуваме да се користи бесплатната мобилна апликација FizziQ (www.fizziq.org/en), во која е вграден софтвер за анализа на движењето. Експериментот може да се изработи и со обичен софтвер за прегледување видеа, со помала прецизност.

www.fizziq.org/en

Постапка при мерењето:

1. На накосената рамнина од страна се поставува метарската лента. Треба да се внимава ознаките да се видливи на видеото.
2. Камерата/телефонот се поставува на статив или се фиксира на друг начин.
3. Се започнува снимањето.
4. Се пушта топчето од врвот на накосената рамнина. Се внимава топчето да се пушти од мирување без да му се зададе почетна брзина.
5. Постапката се повторува неколку пати за ист наклон на рамнината.
6. Видеото се скратува за да на него се прикаже само движењето што ќе се истражува.

Работа во апликацијата FizziQ:

7 Во апликацијата се избира менито со инструменти (Instruments), а од нив се избира алатката за анализа на движење (Motion analysis). Се избира опцијата „Video Motion Analysis “.

8 Преку опцијата „My videos“ се избира снимениот и исечениот видео.

9 На екранот се појавува првиот кадар од видеото и има црвено облаче кое трепка и на кое пишува Ruler length (m). Тоа значи дека треба да се направи калибрација на должината. Координатниот почеток (Origin) се поставува во положбата на топчето во почетниот кадар. Другата точка обележана со „End“ се поставува во метарската лента или на должината која претходно е измерена дека е 1 m. Во облачето се назначува колкава е должината на калибрацијата, во нашиот случај 1 m.

10 Следно, трепка облаче во кое пишува „Pointing“. Во овој дел треба да се обележи положбата на топчето во секој кадар од видеото. Треба да се притисне на топчето, па софтверот сам преминува на следниот кадар. Доколку некој кадар сакаш да го прескокнеш или да се вратиш назад, тоа може да го направиш со стрелките на екранот.

11 Кога ќе ги обележиш саканите положби, притисни на облачето десно на екранот обележано со „Results“. Од понудените опции, избери да се прикаже времето T (s) и координатите x (m) и y (m).

12 Кога ќе притиснеш на десното облаче „Notebook“, ќе ги прикаже резултатите во табелата. Тие може да се симнат со опцијата обележана со симболот за споделување во горниот десен агол (). Избери „Create a CSV or Python file“, па потоа „CSV decimal point“. Понатаму податоците може да се користат во кој било софтвер за работа со табеларни податоци (пр. MS Excel).

Резултати:

Податоците се дадени во две координати. Прво треба да се пресмета поместувањето во секој момент од движењето според формулата $\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$, $\Delta x = |x - x_0|$ и $\Delta y = |y - y_0|$. Првиот ред од резултатите ни ги даваат вредностите за x_0 и y_0, а x и y се вредностите на секоја наредна точка.

Следно треба да се пресмета изминатиот пат. Бидејќи движењето е по права линија во една насока, изминатиот пат ќе биде еднаков на поместувањето, односно $\Delta r = s$.

Пресметај го забрзувањето што го добива топчето користејќи ја формулата

$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ каде v_0=0 m/s и времето t ќе го земете од табелата со податоци на FizziQ, обележано со T (s).
Извриши детална обработка на податоците:

Најди ја средната вредност на забрзувањето.
Најди ја апсолутната грешка на забрзувањето во секоја точка на мерењето.
Најди ја средната вредност на апсолутната грешка.
Најди ја релативната грешка.

На крај треба да ја имаш пополнето табелава со следните колони:

N	T (s)	x (m)	y (m)	Δx (m)	Δy (m)	Δr (m)	s (m)	a (m/s²)	Δa (m/s²)
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Пресметај ја брзината на количката на крајот од рамнината користејќи ја формулата $v = v_0 + at$.

Вредноста на изминатиот пат претстави ја на график на кој е прикажан изминатиот пат во зависност од времето.

Анализирај ги резултатите и дискутирај ги со наставникот и соучениците. Следните прашања нека ти бидат водич низ анализата:

- Дали сите мерења даваат слично забрзување? Зошто има разлики?
- Како изгледа промената на брзината со текот на времето во овој експеримент?
- Како би го подобрил експериментот?
- Зошто е корисно да се користи видеоанализа (наместо само мерење со метро и стоперка)?
- Кои секојдневни ситуации можат да се споредат со ова движење по накосената рамнина?
- Што би се променило во движењето ако наклонот на накосената рамнина е поголем/помал? Зошто?

Резиме:

- Механичко движење е промена на положбата на едно тело, или на делови од телото, во однос на некое друго тело во текот на времето.
- Телото што се движи се нарекува подвижно тело. Телото во однос на кое се разгледува движењето е наречено референтно тело.
- Референтен систем претставува координатен систем сврзан за референтно тело.
- Движењето е релативно – едно тело може да мирува во еден референтен систем, а во исто време да се движи во друг.
- Телото чии димензии се занемаруваат кога се опишува неговото движење се нарекува материјална точка. Материјална точка е тело што поседува маса, но нема волумен.
- Патеката по која се движи телото претставува траекторија.
- Според обликот на траекторијата, движењата се делат на праволиниски и криволиниски.
- Должината на траекторијата е изминат пат.
- Најкраткото растојание помеѓу почетната и крајната положба на телото претставува негово поместување.
- Модулот на поместувањето кај праволиниско движење е $\Delta x = |x - x_0|$, каде што x е крајната положба до која стигнало телото, а x_0 е почетната положба од каде што тргнува телото.
- Физичката величина која кажува колкаво е поместувањето на телото за единица време се нарекува брзина на телото $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$.
- Графикот на положбата на телото е права линија која покажува како се менува положбата на телото во текот на времето.
- Графикот на брзината на телото ја покажува брзината на телото во секој момент на времето.
- Односот помеѓу вкупното поместување на телото и вкупното време на движењето се нарекува средна брзина на движењето: $\vec{v}_{sr} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$.
- Брзината на телото во даден момент од движењето се нарекува моментна брзина.
- Забрзувањето е промена на брзината во единица време: $\vec{a}_{sr} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$.
- Движењето на телото по права линија, при кое забрзувањето на телото е константно, претставува рамномерно праволиниско забрзано движење.
- Закон за брзина кај рамномерно праволиниско забрзано движење:

  $v = v_o + a\,\Delta t$.

- Изминатиот пат кај рамномерното праволиниско забрзано движење зависи правопропорционално од квадратот на времето на движење на телото:

  $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

2.4 Заемнодејство меѓу телата. Сила и ефекти на сила

Досега истражувавме како телата се движат, разгледувајќи ги нивните траектории, брзини, забрзувања, ... но не се запрашавме зошто се движат? Во некои примери автомобилот се движеше со константна брзина, а во други со забрзување. Што е различно во овие примери?

Зошто кога возиш велосипед, во моментот кога ќе прекинеш да вртиш со педалите почнуваш да забавуваш? Зошто истото тоа не се случува со Месечината, туку таа постојано кружи околу нас? Зошто ако скокнеш, Земјата ќе те врати назад, но ракетите успеваат да стигнат до други небесни тела? Зошто користиме шрафови за да прицврстиме некое тело и зошто користиме француски клуч за да ги извадиме?

Причините за движењето на телата ги објаснува гранката на механиката: динамика. Оваа сестра на кинематиката, користејќи ги физичките величини сила и маса, ни кажува што е тоа што го предизвикува и променува движењето на предметите околу нас.

Да видиме што претставуваат масата и силата според физиката.

Сила

Кога ја влечеш пружината, на неа дејствуваш со сила и таа се издолжува (слика 1). Слично, кога седиш на столот, на столот му дејствуваш со сила. Ветрот им дејствува на ветерниците и со својата сила ги придвижува нивните перки.



▲ **Слика 1.** Пружината се растегнува под дејство на сила

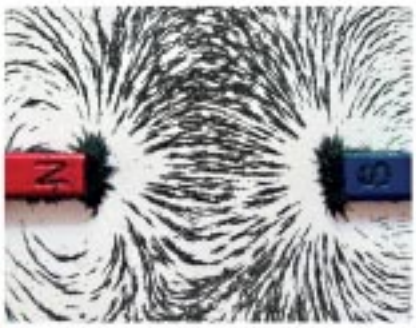
Силата го опишува заемнодејството меѓу телата.

Во претходните примери заемнодејството помеѓу телата е контактно, односно двете тела си заемнодејствуваат при меѓусебен контакт.

Покрај ова заемнодејство постои и бесконтактно заемнодејство. Знаеме дека ако пуштиме тело, тоа ќе почне да паѓа поради гравитационата сила на Земјата. Иако телото и Земјата не се во контакт, Земјата му дејствува на телото. Тоа заемнодејство се одвива преку **физичко поле**, кое во случајов е гравитационо поле.

Физичкото поле е просторот во кој некоја сила може да се почувствува без директен контакт.

Друг пример каде може да се забележи бесконтактно заемнодејство е заемнодејството на два магнети. Двата магнети се



▲ **Слика 2.** Околу секој магнет се создава магнетно поле преку кое магнетите си заемнодејствуваат.

одбиваат или привлекуваат преку магнетното поле што постои околу нив (слика 2).

Покажано е дека сите контактни сили кои ги гледаме на макроскопско ниво, всушност набљудувани на микроскопско ниво се јавуваат како резултат на бесконтактното заемнодејство. На пример, кога седиш на стол, молекулите од твоето тело и молекулите од столот си заемнодејствуваат, односно се одбиваат преку електромагнетните полиња.

Ефекти на сила

Силата може да ја растегне или збие пружината, да ја сопре или придвижи топката, да ја отвори вратата од собата. Како резултат на заемнодејството помеѓу телата, ефектите што ги предизвикува силата се различни. Да разгледаме какви ефекти може да предизвика силата.

1. **Силата може да ги промени формата и волуменот на телата.** Под дејство на сила при судир на два автомобили тие се деформираат (слика 3).

Промените на формата и на волуменот на телата се наречени деформации.



▲ **Слика 3.** Деформации на автомобилите по судир

Телата кои по престанокот на дејството на надворешната сила повторно се враќаат во првобитната состојба се наречени еластични тела, а деформациите **еластични деформации**. Еластични тела се: челична жица, гумено топче, ластик, пружина и сл.

Ако телото по престанокот на дејството на надворешната сила не се враќа во првобитната состојба, односно деформацијата останува трајна, станува збор за пластично тело и пластични деформации. Пластични тела се предмети изработени од помека пластика, топчиња од глина или пластелин и слично.

Сепак, знаеме дека со доволно голема сила, на пример, може да ја скинеме челичната жица или трајно да ја деформираме, иако е еластично тело. Дали деформацијата ќе биде пластична или еластична не зависи само од природата на материјалот. Таа зависи и од големината на применетата сила како и од времетраењето на дејството на силата и временските услови.

Во секое еластично тело што е деформирано, доколку деформацијата останува во границите на еластичноста, се јавуваат внатрешни сили наречени еластични сили. Овие сили се спротивставуваат на надворешните сили што ја предизвикале деформацијата и овозможуваат телото, по престанување на дејството на тие сили, да ја врати својата првобитна форма.

2. **Силата може да ја промени брзината на телото.** На пример, топка која мирува да ја довде до состојба на движење или ако топката се движи, да го запре нејзиното движење. Од претходно знаеме дека кога се менува брзината на телото, велиме дека телото се движи со забрзување. Ова значи дека под дејство на сила телото добива забрзување. Подоцна ќе видиме од што зависи и колкаво ќе биде тоа забрзување.

Да разгледаме уште еден пример: Ако топката се движи по права линија при шутот на фудбалерот, тој не само што ја менува големината на брзината, туку ги менува и правецот и насоката на движење на топката (слика 4).

Од примерот следува дека силата покрај тоа што може да предизвика промена на големината на брзината на телото, таа исто така може да ги промени правецот и насоката на движење на телото, односно може да го промени векторот на брзината по големина, правец и насока.



▲ **Слика 4.** При шут на топката фудбалерот ги менува правецот, насоката и големината на брзината на движење на топката

3. **Силата може да предизвика ротација на телото.** Пример за тоа е кога користиме француски клуч за да одвртиме некој шраф (слика 5).

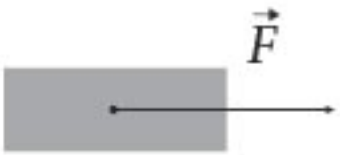


▲ **Слика 5.** Француски клуч

За да се движи велосипедот, велосипедистот треба да дејствува со сила на педалата која е подалеку од оската околу која се вртат тркалата. Колку е подолга рачката на педалата, толку ефектот на силата ќе биде поголем. Затоа некои професионални велосипеди имаат подолги рачки на педалите. Вртливиот ефект на силата ќе биде обработен во повеќе детали на крајот на оваа тема.

Вообичаено силата се означува со F, но како што ќе учиш во следната лекција, некои од силите имаат посебни ознаки. Единицата за сила се вика њутн (N).

Силата ($\vec{F}$) е вектор, тоа значи дека има големина, правец и насока. Како и секој вектор, силата се претставува со стрелка. Сите сили, освен силата на триење, ги прикажуваме со почеток во една иста точка, наречена нападна точка. Таа се наоѓа во центарот на телото. Силата на триење е насочена по тангентата на допирните површини, па и таму се обележува. Насоката на стрелката ја покажува насоката на дејството на силата (слика 6).



▲ **Слика 6.** Силата е вектор

Маса

Кога туркаш празна количка во супермаркет (слика 7), лесно ја придвижуваш. Но, кога количката е полна потребно е да употребиш поголема сила за да ја придвижиш. Ова е затоа што полната количка има поголема маса и велиме таа е поинертна.



▲ **Слика 7.** Празна и полна количка во супермаркет

При заемнодејство, кога телото ја менува брзината, промената на брзината зависи од масата на телото.

Сите тела имаат своја маса, чија вредност зависи од димензиите на телото и материјалот од кој е направено телото. Масата определува колку е тешко или лесно да се промени движењето на некое тело.

Масата е основна величина во SI, а нејзина мерна единица е килограм (kg). Во класичната механика масата на телото е постојана величина и не се менува при движењето на телото.

Ако сакаш да знаеш повеќе:

Според сегашните сознанија на науката постојат повеќе честици, кои се елементарни. Од нив е изградена материјата, но постојат и такви кои се преносители на заемнодејството.

Во природата постојат четири видови заемнодејства:

1. Гравитационото заемнодејство - се остварува преку гравитационо поле. Се претпоставува дека ова заемно дејство се пренесува преку гравитони, честички кои сè уште не се детектирани, и затоа се наречени хипотетички.
2. Електромагнетно заемно дејство - се остварува преку електрични и магнетни полиња, а преносители на електромагнетното заемнодејство се фотоните.
3. Слабо нуклеарно заемнодејство – одговорно за нуклеарното распаѓање на јадрото и се остварува преку бозоните.
4. Јако нуклеарно заемнодејство – се јавува помеѓу протоните и неутроните во јадрото на атомот. Одговорно е за стабилноста на јадрото и ова заемнодејство се остварува преку глуоните.

Овие заемнодејства се разликуваат и според нивната големина. Гравитационото заемнодејство е најмало, додека јакото нуклеарно заемнодејство е најголемо.

Прашања:

1. Наведи по три примери за контактни и бесконтактни сили кои можеш да ги набљудуваш во твојата околина.
2. Наведи по три примери за секоја од ситуацииве:
   а) тело под дејство на сила ја зголемува својата брзина
   б) тело под дејство на сила ја намалува својата брзина
   в) тело под дејство на сила ја менува насоката на движење
   г) тело под дејство на сила претрпува деформација
3. Наведи три примери со кои ќе покажеш дека силата е вектор.
4. Запиши три прашања за примери на движење чии причини сакаш да ги дознаеш во текот на наредните лекции.

2.5 Видови сили

Силите се причина за сите промени во природата. Тие можат да предизвикаат придвижување, запирање и деформација на телата. Постојат различни видови сили. Некои се повремени, а некои постојани. Такви се и силите кои го менуваат релјефот на Земјата. Планините не настануваат одеднаш, туку се резултат на долготрајно заемнодејство помеѓу тектонските плочи низ милиони години. Главната причина за нивното создавање е движењето на тектонските плочи кои „пливаат" врз растопената жешка внатрешност на Земјата. При судир на Индиската и на Евроазиската тектонска плоча се создадени највеличествените планини на Земјата – Хималаите (слика 1). При нивниот судир ниту една од тие две плочи не може лесно да потоне, па плочите се деформираат, се збиваат и се туткаат нагоре. Хималаите секоја година растат по неколку милиметри! Интересно е тоа што овие сили, што се јавуваат помеѓу тектонските плочи, се постојани. Иако не ги чувствуваме секојдневно, тие го менуваат целиот релјеф на планетата Земја во текот на милиони години.



▲ **Слика 1.** Хималајски венец настанат со тектонско заемнодејство на Индиската и на Евроазиската плоча.

Во природата постојат повеќе видови сили. Оваа година ќе се запознаеме само со силите кои имаат гравитациона природа и некои од силите кои имаат електромагнетна природа.

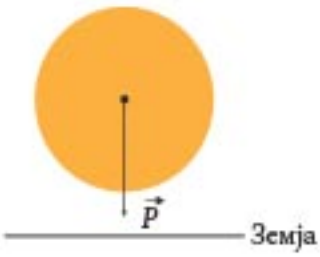
Сили кои имаат гравитациона природа се **Земјината тежа** и **тежината.**

Гравитациони сили

1. Земјина тежа ($\vec{P}$)

Кога ќе ја пуштиме топката од нашите раце таа веднаш почнува да паѓа, затоа што на неа дејствува Земјината тежа.

> Земјината тежа е силата со која Земјата ги привлекува телата кои се наоѓаат во нејзината близина.



▲ **Слика 2.** Земјина тежа ($\vec{P}$)

Таа секогаш е насочена кон центарот на Земјата, односно вертикално надолу (слика 2) и се определува со формулата

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

каде m е масата на телото, а g е гравитационо забрзување.

Решен пример 1:

Колкава е Земјината тежа што дејствува на јаболко со маса 200 g?

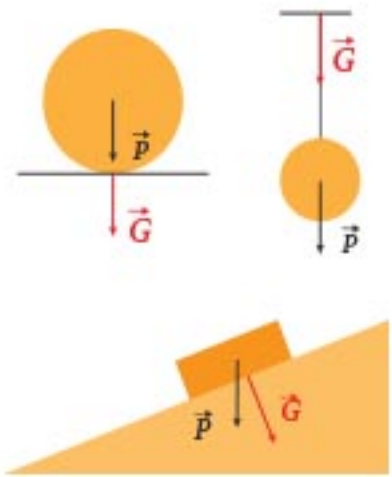
Дадено:
$m = 200\,\text{g} = 0{,}2\,\text{kg}$; $g = 9{,}81\,\text{m/s}^2$

Се бара
$P = ?$

Решение:

Земјината тежа што дејствува на јаболкото е

$$P = mg = 0{,}2\text{kg} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1{,}96\text{N}$$



▲ **Слика 3.** Тежина на телото ($\vec{G}$)

Внимавај:

На третата шема од Слика 3 може да се види дека тежината не е секогаш насочена вертикално надолу. Исто така, таа не мора да биде еднаква по модул со Земјината тежа .

2. Тежина на телото ($\vec{G}$)

Ако топката ја поставиме на подлога или ја обесиме на конец, затоа што на топката дејствува Земјината тежа, таа ќе притиска на подлогата или ќе го затегне конецот на кој е обесена. Тоа дејство на топката врз подлогата е по видливо ако подлогата е еластична или топката е обесена на динамометар.

Силата со која телото дејствува на подлогата или го затегнува конецот на кој е обесено се нарекува тежина на телото.

Со едноставен експеримент, кога топката ќе ја обесиме на динамометар може да се види дека нејзината тежина ќе биде еднаква по големина со Земјината тежа, односно тежината на топката може да се пресмета со формулата

$$\vec{G} = m\vec{g}$$

Во една од следните лекции ќе видиме дека оваа формула важи само кога телото мирува на хоризонтална подлога или се движи рамномерно праволиниски по хоризонтална подлога.

Но, треба да внимаваш. Тежината на телото не е истата сила со Земјината тежа. Земјината тежа дејствува на телото, додека, тежината е сила со која телото дејствува на друго тело (подлогата, конецот) (слика 3).

Накосената рамнина е добар пример каде лесно може да се забележи разликата помеѓу овие две сили.

Решен пример 2:

Колкава е тежината на Ана, кога Ана мирува, ако нејзината маса е 50 kg?

Дадено:
$m = 50\ \text{kg} \quad g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$

Се бара:
$G = ?$

Решение:
Тежината на Ана кога Ана мирува е $G = mg = 50\,\text{kg} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 490{,}5\,\text{N}$

Сили кои имаат електромагнетна природа се: **еластичните сили и силите на отпорот.**

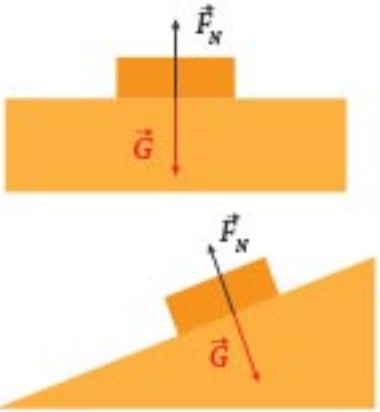
Еластични сили

Еластичните сили се сили што настануваат при деформација на телата. При деформацијата на телото се менува растојанието помеѓу молекулите од кои е изградено телото. Еластичната сила што можеме да ја почувствуваме е силата што се стреми да ги врати молекулите во својата рамнотежна положба.

Најчесто среќавани еластични сили се: **силата на нормална реакција на подлогата, силата на затегнување на конецот** и **еластичната сила кај деформирана пружина.**

3. Сила на нормална реакција на подлогата ($\vec{F}_N$).

Кога некое тело лежи на подлога, телото со својата тежина притиска на подлогата при што подлогата ќе се деформира. Тогаш молекулите од деформираната подлога се стремат да се вратат во рамнотежната положба и како резултат на тоа се јавува сила со која подлогата дејствува на телото.



▲ **Слика 4.** Сила на нормална реакција на подлогата $\vec{F}_N$ која дејствува на кутија. Тежината $\vec{G}$ дејствува на подлогата под кутијата.

Силата со која подлогата дејствува на телото е насочена по нормалата на подолгата и е наречена сила на нормална реакција на подлогата.

Насоката на силата на нормална реакција на подлогата е од подлогата кон телото. Кога телото е поставено на хоризонтална подлога таа е насочена вертикално нагоре, додека ако телото е поставено на накосена рамнина, силата е нормална на накосената рамнина (слика 4).

Оваа сила по големина секогаш е еднаква со тежината на телото.

Решен пример 3:

Колкава е силата на нормална реакција на подлогата која дејствува на учебник со маса 400 g поставен на клупата?

Дадено:
$m = 400\,\text{g} = 0{,}4\,\text{kg};\quad g = 9{,}81\,\text{m/s}^2$

Се бара
$F_N = ?$

Решение:

Силата на нормална реакција на подлогата што му дејствува на учебникот е

$$F_N = mg = 0{,}4\text{kg} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3{,}92\,\text{N}$$

4. Сила на затегнување на конецот ($\vec{F}_z$)

Силата на затегнување на конецот е сила што се создава кога на краевите на еден затегнат конец (или јаже) дејствуваат две спротивно насочени сили кои се обидуваат да го растегнат конецот (или јажето).

Во ваков случај се јавува сила на затегнување на конецот што им се спротивставува на надворешните сили. Таа сила се пренесува низ конецот по неговата должина и секогаш е насочена така што го влече телото на кое му дејствува, односно се спротивставува на деформацијата.



▲ **Слика 5.** Сила на затегнување на конецот ($\vec{F}_z$)

Силата со која конецот дејствува на телото кое е закачено на него се нарекува сила на затегнување на конецот.

Пример:

Ако обесиме некое тело на конец прикачен на таван:

- во долната точка каде што е обесено телото, силата на затегнување дејствува нагоре, спротивно од тежината на телото која му дејствува на конецот.
- Во горната точка каде што конецот е прикачен за таванот, силата на затегнување дејствува надолу. Оваа сила на затегнување ја пренесува тежината на телото кон таванот (слика 5).



▲ **Слика 6.** При искачување по карпи алпинистите се обезбедени со јакиња и шлемови за заштита во случај на пад

Решен пример 4:

Јажињата што ги користат алпинистите при качувањето по карпи се дизајнирани да се растегнат под дејство на тежината на алпинистот, што е особено важно во случај на пад. Ова растегнување помага да се ублажи ударот и да се намали ризикот од повреда (слика 6).

Алпинист со маса 80 kg виси на карпа врзан за јаже. Со колкава сила на затегнување јажето дејствува на алпинистот?

Дадено:
$m = 80\ \text{kg};\quad g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$

Се бара:
$F_Z = ?$

Решение:

Силата на затегнување со која јажето десјствува на алпинистот е:

$$F_Z = mg = 80\,\text{kg} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 784{,}8\,\text{N}$$

5. Еластична сила кај деформирана пружина ($\vec{F}_{el}$)

Пружините се користат кај трамбулините (Слика 7), амортизерите во автомобилите, разни ортопедски помагала и слично. Во сите овие случаи важно е да се користи соодветна пружина затоа што во зависност од нивната намена на нив дејствуваат различни сили и ќе претрпат различни деформации.

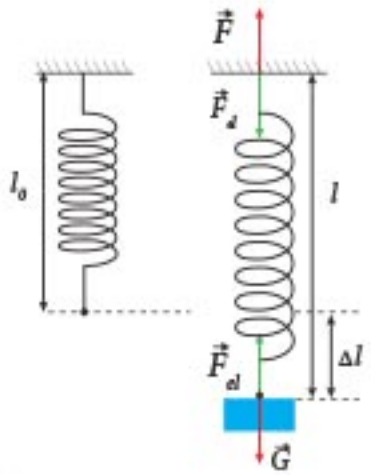


▲ **Слика 7.** Пружини кај трамбулина

Секоја пружина на која не дејствува сила има своја „нормална" должина, наречена **рамнотежна должина**. Кога на пружината дејствува некоја сила, таа ја менува својата должина, односно се деформира. На пример, ако закачиме некое тело на обесена пружина, таа ќе се издолжи под дејство на тежината на телото.

Во моментот кога ѝ дејствува надворешна сила, во пружината ќе се јави еластична сила којашто ќе се стреми да ја врати пружината во нејзината „нормална" должина (слика 8). Разликата помеѓу новата должина l и „нормалната" должина l_0, се нарекува **издолжување** и се запишува како:

$$\Delta l = l - l_0$$



▲ **Слика 8.** Еластична сила кај деформирана пружина ($\vec{F}_{el}$)

Еластична сила е силата со која деформирана пружина дејствува врз телото што ја деформира, обидувајќи се да се врати на својата „нормална" (рамнотежна) должина.

Правецот на оваа сила е по должината на пружината, а насоката е таква што се стреми да ја врати пружината во нејзината рамнотежна положба.

Размислувај како научник

Спроведи истражување со кое ќе ја одредиш зависноста на издолжувањето на пружината од надворешната сила. Нека ти помогнат насоките во лекцијата „Научно истражување“ од претходната тема.

Наслов на научното истражување: Зависност на издолжувањето на пружината од надворешната сила

Чекор 1: Набљудувај го издолжувањето на пружината под дејство на надворешна сила. Обезбеди фер тест со правилно одредување на независните, зависните и контролните променливи.

- За изведување на научното истражување можеш да користиш и симулација од интернет. (Masses and Springs: Basics - Measurement | Periodic Motion | Hooke›s Law - PhET Interactive Simulations)

Чекор 2: Постави хипотеза

Чекор 3: Изработи план за експеримент и изведи го експериментот

Чекор 4: Обработи ги податоците и претстави ги графички

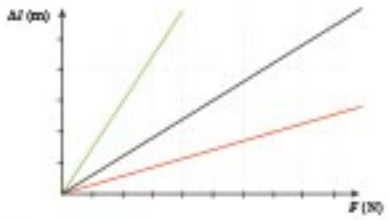
Чекор 5: Интерпретирај ги резултатите и потврди ја или отфрли ја хипотезата

Ако успешно го спроведе твоето истражување ја доби релацијата дека издолжувањето зависи правопропорционално од силата.

Односно интензитетот/големината/ на еластичната сила можеме да го пресметаме по формулата со која е даден Хуковиот закон

$$F_{el} = k\Delta l$$

каде што константата на пропорционалност k се нарекува **коефициент на еластичност**. Оваа величина зависи од димензиите на пружината и природата на материјалот од кој е изработена.



▲ **График 1.** Зависност на издолжувањето на пружината од приложената сила. Наклонот на правата го определува коефициентот на еластичност на пружината. Најмал коефициент на еластичност има пружината на која одговара правата со најмал наклон

Оваа зависност се претставува и графички, каде што коефициентот на еластичност е претставен со наклонот на правата на графикот на кој е дадена зависноста на издолжувањето на пружината од приложената сила. Би требало податоците од твоето истражување претставени на график да лежат на права слична како правите на график 1. Секоја права што ги дадена на графикот 1 се однесува на пружина со различни еластични својства.

Од формулата за коефициентот на еластичност $k = \frac{F}{\Delta l}$ следува единицата за коефициент на еластичност: $1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$. Тоа значи дека за да издолжиме за 1 m пружина со $k = 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$, потребно е да дејствуваме со сила од 1 N.

Динамометрите се направени од пружина затоа што издолжувањето е пропорционално на силата.

Вредност на коефициентот на еластичност k (N/m)	Употреба	Зошто?
1 – 5	Играчки или пенкала	Потребна е мала сила за да се притисне, наменета за нежни движења
10 – 50	Ортопедски помагала	Нежно ја поддржуваат тежината и се приспособуваат на телото
10 – 100	Динамометри	Различна осетливост во еднакво компактен инструмент
100 – 300	Амортизери на велосипеди	Мора да апсорбираат удари, но и да поддржуваат тежина
200	Кујнска вага	Треба да дадат прецизна, но не премногу чувствителна реакција
100 – 500	Душек за спиење	Да ја поддржат тежината на телото, да се приспособат на формата на телото и да апсорбираат движење без пренос на тресење
500 – 2 000	Пружини на трамболина	Треба да апсорбира и да враќа енергијата од скокот, овозможувајќи високи скокови без повреда
1 000 – 5 000	Пружина во воздушна или пружинска пушка	Да го исфрли куршумот (или топчето) кога пружината се ослободува
10 000 – 100 000	Амортизери на автомобили	Поддржуваат многу поголема маса и ја апсорбираат енергијата при возење
100 000 – 1 000 000	Машини и индустриски пружини	Треба да издржат силни удари и да се вратат без оштетување

Табела 1. Примери за пружини во секојдневието со вредности за коефициентот на еластичност.

Решен пример 5:

Должината на амортизер изнесува 0,40 m. При удар од дупка на патот на амортизерот му дејствува сила од 600 N, при што неговата должина се намалува на 0,35 m. Колку изнесува коефициентот на еластичност на амортизерот?

Решение:

Дадено:

l_0=0,40 m
$l = 0{,}35$ m
$F = 600$ N

Се бара:

$k = ?$

Еластичната сила што се јавува при деформација на амортизерот е:

$$F = k\Delta l$$

Каде што деформацијата на амортизерот

$\Delta l = l_0 - l$=0,40 m − 0,35 m = 0, 05 m

Од каде што за коефициентот на еластичност на амортизерот се добива

$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{600\,\text{N}}{0{,}05\,\text{m}} = 12000\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Експеримент: Определување на коефициент на еластичност на пружина

Задача: Да се определи коефициентот на еластичност на пружина за најмалку 5 различни оптоварувања на пружината. Резултатите да се прикажат во табела. Да се пресмета средната вредност. Да се прикаже графичка зависност на издолжувањето од оптоварувањето на пружината. Да се објасни со која постапка – графички или аналитички се добива поточен резултат и зошто. Резултатот да се прикаже со релативна грешка при мерењето.

Потребна опрема:

- пружина со непознат коефициент на еластичност
- статив со држач
- сет тегови со различна маса
- линијар/метро/ со точност од 1 mm

Постапка при мерењето:

1. Постави го стативот на цврста и хоризонтална подлога.
2. Закачи ја пружината на врвот на стативот и измери ја почетната должина на пружината без оптоварување (l_0).
3. Мерењето продолжува со ставање на тег со маса m_1 на крајот на пружината.
4. Измери ја новата должина (l) на пружината и пресметај го издолжувањето

   $\Delta l = l - l_0$
5. Повтори ја постапката на мерењето за најмалку 5 тега со различна маса.

Резултати:

Добиените резултати од мерењата и пресметаните средни вредности и апсолутни грешки внеси ги во табела и резултатот добиен од мерењето претстави го со релативна грешка.

N	m (kg)	F (N)	l_0 (m)	l (m)	Δl (m)	k (N/m)	Δk (N/m)
1							
2							
...							

Нацртај график на зависноста на издолжувањето на пружината (зависна променлива) од силата (независна променлива) и од графикот одреди го коефициентот на еластичност на пружината.

На крај интерпретирај ги добиените резултати.

Сили на отпор на средината

Една од причините поради која спортските автомобили можат да постигнат поголеми брзини од градските автомобили е нивната форма. За разлика од нив кога неспортскиот автомобил се движи, воздухот му создава поголем отпор кој го забавува движењето.

И професионалните пливачи, сè со цел постигнување на подобри резултати при пливањето, применуваат техники со кои ја намалуваат силата на отпорот на водата што им дејствува при нивното движење во водата (Слика 9).



▲ **Слика 9.** Пливач кој се спротивставува на отпорот на средината

Силите на отпор на средината се сили кои дејствуваат против движењето на телата низ некоја средина. Тие се резултат на триењето помеѓу телата или, пак, отпорот што го создава средината (како воздух или вода) кога телото се движи низ неа.

Како дејствуваат силите на отпор на средината? Силите на отпор на средината секогаш дејствуваат во насока спротивна на движењето на телото и ја намалуваат брзината на движење на телата. Како сили на отпор на средината посебно ќе ги објасниме **силата на триење** и **силата на отпорот на воздухот**.

6. Сила на триење ($\vec{F}_{tr}$)

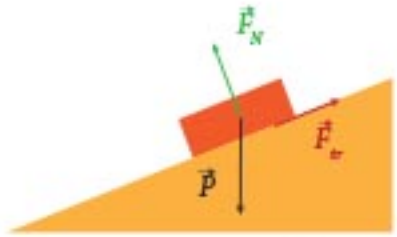
Дали ти е полесно да се движиш на мраз или на асфалт? Обиди се да дадеш образложение на твојот одговор зошто е тоа така.

Ако шутнеме фудбалска топка да се тркала по трева, таа набрзо ќе застане. Ако ја шутнеме на асфалт со иста сила, таа ќе отиде подалеку, но повторно по некое време ќе застане. Ако истиот шут го направиме во спортска сала со лизгав под, топката ќе отиде најдалеку. Што е различно во овие ситуации? Силата на шутирањето и топката се постојано исти. Ја менуваме само околината. Причина за застанување на фудбалската топка е силата на триење.

Сила на триење е сила што настанува при контакт на две површини и дејствува спротивно на насоката на движење (или обидот за движење) на телото по површината.

За да се појави сила на триење помеѓу две тела, треба нешто да ги притиска едно кон друго. Силата на триење се јавува при допир на двете тела и тоа кога телата се движат (или имаат тенденција да се придвижат) едно во однос на друго.

Сила на триење се јавува и меѓу слоевите течност кои се движат со различни брзини. Триењето што се јавува помеѓу тврдите тела се нарекува **надворешно триење**, додека триењето помеѓу слоевите течност е **внатрешно триење** или **вискозност**.



▲ **Слика 10.** Сила на триење ($\vec{F}_{tr}$)



▲ **Слика 11.** Скала потпрена на ѕид останува во место поради силата на триење при мирување

Тука ќе го разгледаме само надворешното триење што се јавува кај тврдите тела (слика 10).

Постојат три вида сили на триење: **сила на триење при мирување, сила на триење при лизгање и сила на триење при тркалање.**

6.1 Сила на триење при мирување.

Со **силата на триење при мирување** секојдневно се среќаваш. Таа се јавува секогаш кога сакаш да поместиш некој предмет. Благодарение на силата на триење, автомобилот на угорнина може да стои во место и да не се враќа наназад. Телата потпрени на ѕидот не се лизгаат благодарение на истата сила, односно на силата на триење при мирување (слика 11). На кој и да е предмет, кој е поставен на накосена рамнина, а кој не се лизга му дејствува силата на триење при мирување. Исто така, кога држиме предмет во дланката, на пример чаша, таа не се лизга и останува во дланката поради силата на триење при мирување.

Интензитетот на максималната сила на триење при мирување зависи од силата на нормална реакција на подлогата на следниот начин:

$$F_{tr,M} = \mu_M F_N$$

Во оваа равенка μ_M е **коефициент на триење при мирување.** Коефициентот на триење при мирување е број, без мерна единица. Тоа е константа која зависи од двете допирни површини кои се тријат. Ако коефициентот има вредност нула, или блиска до нула, значи дека нема триење или може да се занемари. Ако вредноста е многу голема, значи дека ќе треба да се употреби многу голема сила за да се придвижи телото.

6.2 Сила на триење при лизгање.

Силата на триење при лизгање се јавува кога две тела се движат едно во однос на друго. Со експеримент е покажано (а по изучувањето на Њутновите закони и ти ќе можеш да потврдиш) дека силата на триење при лизгање се пресметува по формулата

$$F_{tr,L} = \mu F_N$$

Каде што F_N е сила на нормална реакција на подлогата, а μ **е коефициент на триење** при лизгање. Коефициентот на триење при лизгање е исто така број без мерна единица. Ги има сличните карактеристики како и коефициентот на триење при мирување,

но секогаш е помал или еднаков на коефициентот на триење при мирување за комбинација од две исти површини. Тоа значи дека потребно е повеќе сила за да започнеш со туркање на тешка кутија отколку да ја одржуваш во движење штом ќе почне да се лизга.



▲ **Слика 12.** Куферот полесно се движи поради тркалцата

6.3 Сила на триење при тркалање.

Куферите и количките во маркетите имаат тркалца (слика 12). При пренесување на голем товар, тој полесно се поместува доколку под него се постават цилиндрични цевки. Постојат хипотези дека токму на тој начин луѓето во минатото ги пренесувале огромните камења за изградба на пирамидите во Египет и Стоунхенџ во Велика Британија.

Кога едно тело се тркала врз некоја површина, се јавува сила на триење наречена **сила на триење при тркалање**. Оваа сила е помала од силата на триење при лизгање. Експерименталните резултати покажуваат дека силата на триење при тркалање е правопропорционална на нормалната реакција на подлогата, а обратнопропорционална на радиусот на цилиндричното тело над кое се наоѓа, односно таа е дадена со формулата:

$$F_{tr,T} = k\frac{F_N}{r}$$

Во оваа равенка, k е коефициентот на триење при тркалање, а r е радиусот на цилиндарот под телото. Мерната единица на коефициентот на триење при тркалање е m.



▲ **Слика 13.** Микроскопска слика на површина на метал

6.4 Зошто се јавува силата на триење

Силата на триење може да се објасни ако допирните површини на телата се погледнат под микроскоп (слика 13).

Може да се забележи дека дури и најмазните површини имаат нерамнини. Нерамнините на едното од телата кои се допираат навлегуваат во нерамнините на другото. Колку површината е порапава, толку силата на триење е поголема.

6.5 Негативни ефекти од силата на триење

Позитивните ефекти на силата на триење ги спомнавме: благодарение на неа можеме да се движиме, да држиме предмети, да градиме куќи, автомобилот да закочи итн. Но, силата на триење честопати предизвикува и негативни ефекти како што се непотребно трошење енергија, загревање, абење на уредите и слично. За да



▲ Слика 14. Масла за подмачкување и лагери

се намали силата на триење, деловите помеѓу кои треба да се намали триењето се подмачкуваат (процес наречен подмачкување) или се користат лагери затоа што коефициентот на триење при тркалање е помал од коефициентот на триење при лизгање (слика 14).

Решен пример 6:

Кога Моника одела низ аеродромот со куфер од 20 kg со тркалца, со радиус 3 cm, силата на триење при тркалање на куферот била 10 N. Во текот на патувањето, тркалцата на куферот се скршиле, па Моника морала да го влече куферот без тркалцата, при што силата на триење при лизгање изнесувала 80 N. Колкави се коефициентите на триење при тркалање и при лизгање и колку изнесува нивниот однос?

Дадено е:

$m = 20\ \text{kg}; \quad r = 3\ \text{cm} = 0{,}03\ \text{m}; \quad F_{tr,L} = 10\ \text{N}; \quad F_{tr,T} = 80\ \text{N}$

Се бара:

$k = ?; \quad \mu = ?; \quad \mu/\text{k} = ?$

Решение:

Куферот е на хоризонтална подлога, па силата на реакција може да ја пресметаме како

$F_N = mg$

$F_N = 20\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 196{,}2\ \text{N}$

Од равенката за триење при тркалање може да го изразиме коефициентот k

$$F_{tr,T} = k\frac{F_N}{r}$$

$$F_{tr,T} = k\frac{F_N}{r}$$

$$k = 10\ \text{N} \cdot \frac{0{,}03\ \text{m}}{196{,}2\ \text{N}} = 0{,}0015\ \text{m}$$

Истото може да го направиме за коефициентот на триење при лизгање

$$F_{tr,L} = \mu F_N$$

$$\mu = \frac{F_{tr,L}}{F_N}$$

$$\mu = \frac{80\ \text{N}}{196{,}2\ \text{N}} = 0{,}41$$

Односот на двата коефициенти ќе биде

$$\frac{\mu}{k} = \frac{0{,}41}{0{,}0015} = 273\ \text{m}^{-1}$$

Коефициентот на триење при лизгање е околу 273 пати поголем од оној при тркалање. Ова објаснува зошто куферите со тркалца се толку полесни за влечење. Но, за разлика од триењето при лизгање, коефициентот на триење при тркалање k не е бездимензионален — тој има димензија на должина и неговата единица е метар (m), бидејќи зависи од геометријата на тркалото. Тоа значи дека овој однос всушност ни кажува колку повеќе триење по метар радиус има кај лизгање отколку кај тркалање.

Размислувај како научник

Спроведи истражување со кое ќе го одредиш коефициентот на триење при мирување помеѓу некое тело и три различни подлоги.

Наслов на научното истражување: Определување на коефициентот на триење при мирување

Чекор 1: Набљудувај го движењето на тело кое почнува да се движи под дејство на некоја сила и обезбеди фер тест со правилно одредување на независните, зависните и контролните променливи за да го одредиш коефициентот на триење при мирување помеѓу две тела за три различни подлоги. За изведувањето на научното истражување можеш да користиш и симулација од интернет.

Чекор 2: Постави хипотеза

Чекор 3: Изработи план за експеримент и изведи го експериментот

Чекор 4: Обработи ги податоците

Чекор 5: Интерпретирај ги резултатите и потврди ја или отфрли ја хипотезата

7. Сила на отпор на воздухот ($\vec{F}_{ot}$)

Кога едно тело се движи низ воздух, врз него дејствува силата на отпорот на воздухот. Оваа сила е речиси незабележлива при движење со мали брзини, но станува поголема при движење со поголеми брзини. На пример: ако се возиш во автомобил и ја испружиш дланката надвор од прозорецот, ќе почувствуваш како воздухот ја турка наназад.

Кога телото се движи низ воздухот, на својот пат се судира со молекулите од воздухот. Овие судири на телото со молекулите на воздухот ја создаваат силата на отпорот на воздухот, која дејствува во спротивна насока од движењето на телото. Телата кои се движат со поголема брзина ќе се судираат со поголем број молекули, а тоа значи дека и силата на отпорот на воздухот што ќе им дејствува ќе биде поголема. Исто така поголема фронтална плоштина на телото кое се движи значи поголем број на судири со молекулите од воздухот, односно поголема сила на отпор на воздухот.

Камионите, за разлика од спортските автомобили, не се ареодинамични затоа што нивната фронтална површина е голема (слика 15).

За едно тело кое се движи со брзина v, за силата на отпорот на воздухот може да се користи равенката:



▲ **Слика 15.** Камионите и автомобилите имаат различна фронтална површина, а со тоа и различна аеродинамичност



▲ **Слика 16.** Брзиот автомобил запира побрзо благодарение на силата на отпорот на воздухот.



▲ **Слика 17.** Професионалните велосипедисти внимаваат и на формата на кацигата

$$F_{ot} = cv^2$$

тука, c е коефициентот на отпорот на воздухот, кој зависи од константата на отпорот на воздухот, густината на воздухот и фронталната плоштината на телото. Единицата на коефициент на отпорот на воздухот е $\frac{\text{kg}}{\text{m}}$.

Силата на отпорот е особено корисна кога е потребно нагло запирање на некое тело кое се движи со голема брзина. На пример со отворање на падобран зад автомобилот, се зголемува површината што доаѓа во контакт со молекулите на воздухот, што доведува до брзо закочување (слика 16).

Од друга страна, во многу случаи, намалувањето на отпорот на воздухот е посакувано. Таков е случајот кај дизајнот на автомобилите, бидејќи помал отпор значи поголема брзина и подобра ефикасност. Отпорот на воздухот многу зависи од формата на автомобилот. Дури и кај велосипедистите, формата на кацигата може да овозможи достигнување поголеми брзини (слика 17).

Решен пример 7:

Еден велосипедист се движи со брзина од v=10 m/s. Коефициентот на отпорот на воздухот за него и велосипедот 0,5 kg/m. Колкава е силата на отпорот на воздухот?

Дадено:

$c = 0{,}5\ \text{kg/m}; \quad v = 10\ \text{m/s}$

Се бара:

$F_{ot} = ?$

Решение:

Големината на силата на отпорот е: $F_{ot} = cv^2 = 0{,}5\frac{\text{kg}}{\text{m}}(10\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 50\,\text{N}$

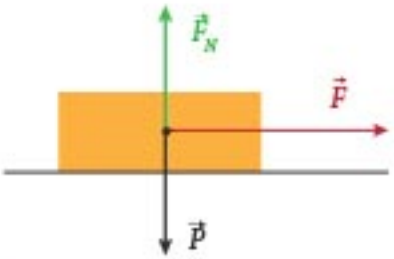


▲ **Слика 18.** Тестирање на безбедноста на автомобилите

Дијаграм на сили

Дијаграм на сили е цртеж кој ги прикажува сите сили што дејствуваат на едно тело во даден момент, без притоа да бидат земени во предвид (и да бидат нацртани) силите со кои телото дејствува на предметите во неговата околина. Се користи за полесно да се анализира движењето или мирувањето на телото.

Разгледуваното тело се црта како правоаголник и во нападната точка на телото се цртаат сите сили што му дејствуваат. При што се внимава дека силите се векторски величини, односно имаат големина правец и насока.



▲ **Слика 19.** Дијаграм на сили што му дејствуваат на автомобилот при судирот ако автомобилот се движел кон лево

Решен пример 8.

Нацртај го дијаграмот на сили што му дејствуваат на падобранец при скок со отворен падобран.

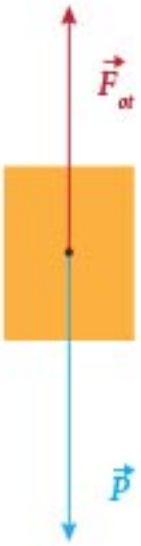
Решение:

При скок со падобран, потребно е да се идентификуваат силите што дејствуваат на падобранот и скокачот/ падобранецот како систем, но не и силите што тие ги предизвикуваат при нивното движење низ воздухот.

Во дијаграмот на сили се прикажуваат

- Земјината тежа – насочена вертикално надолу и
- Силата на отпорот на воздухот - насочена вертикално нагоре

Силата на затегнување на конците во овој случај не треба да се анализира затоа што не влијае врз движењето на падобранот и скокачот како целина. Дијаграмот на сили е даден на слика 20.



▲ **Слика 20.** Дијаграм на сили на падобранец со отворен падобран

Решен пример 9:

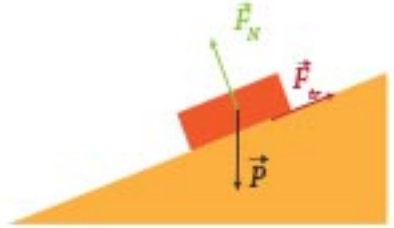
Нацртај го дијаграмот на сили што му дејствуваат на тело кое се лизга по накосена рамнина.

Решение:

На телото кое се лизга по накосена рамнина му дејствуваат силите:

- Земјината тежа – насочена вертикално надолу
- Силата на нормална реакција на подлогата - насочена нормално на накосената рамнина со правец од рамнината кон телото
- Силата на триење – насочена спротивно од насоката на движење на телото

Според сите овие податоци, дијаграмот на сили е прикажан на слика 21.



▲ **Слика 21.** Дијаграм на сили на што му дејствуваат на тело по накосена рамнина

Резултантна сила ($\vec{F}_R$)

На телото може истовремено да му дејствуваат повеќе сили. Како ќе се движи телото под дејство на сите тие сили, зависи од вкупната односно **резултантната сила** која му дејствува на телото.

По собирањето на силите, тие се заменуваат со една сила која се вика резултантна сила.

Силите се векторски величини, а тоа значи дека при собирањето на силите важат правилата за собирање на вектори (собирање на колинеарни вектори, правило на триаголник, правило на многуаголник). И резултантната сила е вектор, т.е. има своја големина, правец и насока. Резултантната сила се определува по формулата:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots + \vec{F}_n$$

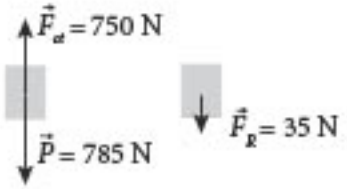
Решен пример 10:

Одреди ја резултантната сила која му дејствува на падобранец со отворен падобран, ако масата на падобранецот заедно со масата на падобранот е 80 kg, а силата на отпорот на воздухот по отворањето на падобранот е 750 N.

Решение:

При определување на резултантна сила, прв чекор е да се нацрта дијаграм на сили (слика 22). Вториот чекор е пресметување на резултантната сила, која што претставува векторски збир од сите сили што му дејствуваат на падобранецот со падобранот.

Во случајов важи правилото за собирање на колинеарни вектори со спротивни насоки, при што за резултантната сила се добива дека е 35 N, а нејзината насока се совпаѓа со насоката на поголемата сила, односно е насочена вертикално надолу.

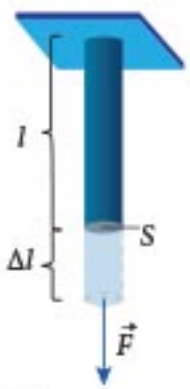


▲ **Слика 22.** Дијаграм на сили на падобранец со отворен падобран

Ако сакаш да знаеш повеќе:

Кај тврдите тела под дејство на сила можат да настанат различни видови на деформации, но тука ќе се задржиме само на линиската деформација - истегнување. Ваквите деформации најчесто се појавуваат кај тела со значително поголема должина во однос на другите димензии, како што се жици, прачки и сл.

До истегнување на метална прачка доаѓа кога на прачката ѝ дејствува сила која е нормална на напречниот пресек на прачката, при што прачката под дејство на силата се издолжува (слика 23). Но, не сите прачки се издолжуваат



▲ **Слика 23.** Издолжување на прачка под дејство на сила

еднакво под дејство на иста сила. Колку ќе се издолжи прачката под дејство на силата, односно колкава деформација може да предизвика силата, зависи од кој материјал е направена прачката, колкава е нејзината должина и колкав е нејзиниот напречен пресек. Покажано е дека издолжувањето на прачката е правопропорционално со силата F која предизвикува издолжување и почетната должина на прачката l, а обратно пропорционално на површината на напречниот пресек S на кој дејствува силата.

Оваа зависност е дадена со Хуковиот закон кој гласи

$$\Delta l = \frac{1}{E}\frac{F}{S}l$$

Каде E се нарекува Јангов модул на еластичност. Неговата вредност е карактеристика на материјалот од кој е направена прачката и е поврзан со еластичните особини на материјалот.

Телата кои повеќе се противат на деформацијата под дејство на сила имаат поголем Јангов модул на еластичност.

Ако за едно тело не се менуваат материјалот од кој е направено телото, неговата почетна должина и неговиот напречен пресек се доаѓа до Хуковиот закон, кој се искажува со формулата

$$F = k\Delta l$$

Каде k е коефициентот на еластичност на телото.

Хуковиот закон може да се прикаже и преку нормалниот механички напон σ.

Односот $\frac{F}{S} = \sigma$ се нарекува нормален механички напон. Хуковиот закон, кој гласи:

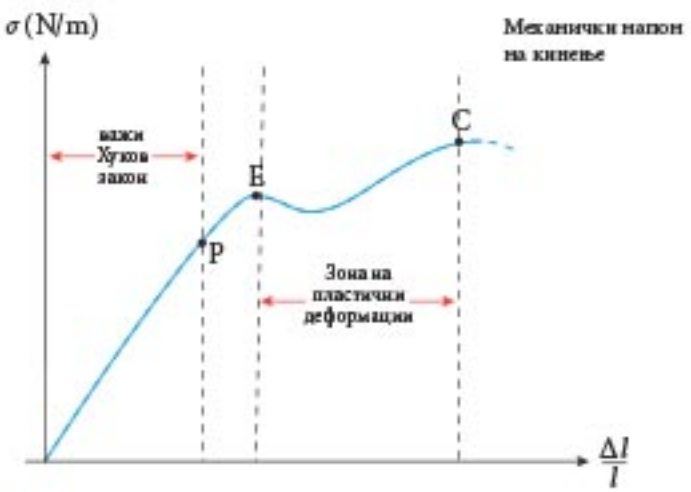
$$\Delta l = \frac{1}{E}\frac{F}{S}l$$

може да се искаже и со равенката

$$\sigma = E\frac{\Delta l}{l}.$$

Според овој закон, нормалниот механички напон при еластичните деформации е правопропорционален со релативното издолжување.

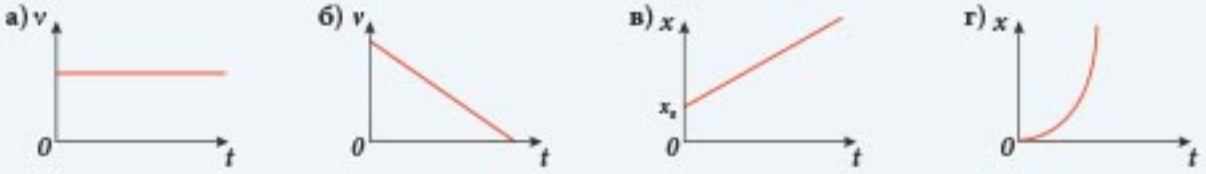
Графичкиот приказ на зависноста на релативната деформација од механичкиот напон е даден на график 2.



▲ **График 2.** Зависност на релативното издолжување од нормалниот механички напон

Прашања:

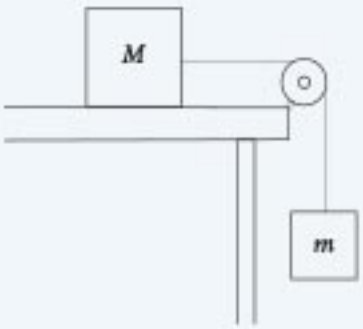
1. На следните графици е прикажана зависноста на брзината на телото во текот на времето или положбата на телото во текот на времето. На кои од овие тела дејствува резултантна сила различна од нула. Образложи го накратко твојот одговор.



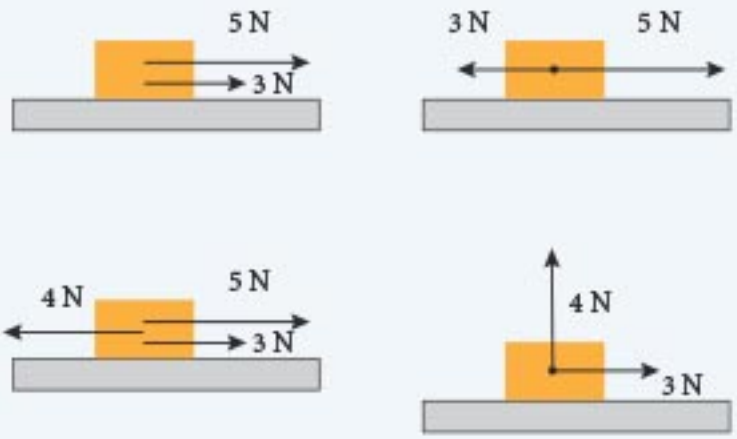
2. Нацртај ги дијаграмите на силите за следниве случаи:

   а) Книга оставена на маса.
   б) Топка во момент на шутирање.
   в) Тело обесено на пружина.
   в) Автомобил во движење кога возачот притиска на педалата за гас.
   г) Автомобил во движење кога возачот притиска на педалата за кочење.
   д) Детенце на санка кое родителот го влече кон врвот на угорницата
   ѓ) Ѓуле обесено на јаже кога натпреварувачот се спрема да го фрли на натпревар за квалификација на олимписки игри.
   е) Количка во ролеркостер, кога количката се наоѓа на најниската и на највисоката положба од кружната патеката на ролеркостерот.
   ж) Тело кое се лизга без триење, со мала брзина, по површината на една полусфера во моментот кога телото ќе се одлепи од полусферата.
   з) три тела помеѓу себе поврзани со конец и првото тело го влечеме кон десно

3. На сликата е даден систем од две тела со маси M и m сврзани со конец. $M < m$. Коефициентот на триење помеѓу телото со маса M и подлогата е μ. Нацртај ги силите што им дејствуваат на двете тела и именувај ги иминьата на силите!



4. Пресметај ги резултантните сили во сите случаи дадени на сликите.



2.6 Њутнови закони

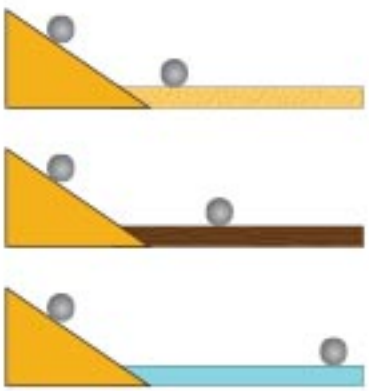
Прв Њутнов закон

Уште во Античка Грција, Аристотел, го вовел поимот сила. Според неговото размислување, телата се движат само кога на нив дејствува сила. Оваа идеја не е неразумна, затоа што секојдневно се среќаваме со неа: за да го придвижиме автомобилот од мирување потребна ни е сила, а исто така за да продолжи да се движи, треба постојано да притискаме на педалата за гас. Но, она што Аристотел не го зел предвид е силата на триење. Автомобилот застанува кога ќе престанеме да притискаме на педалата за гас затоа што на него дејствува силата на триење.

Оваа идеја на Аристотел за улогата на силата врз телата опстанала долго време. Околу 2000 години подоцна, Галилеј со помош на експерименти го редефинира дејството на силата врз телата.

Да разгледаме еден експеримент сличен на оние што ги изведувал Галилеј.

Метално топче се пушта по накосена рамнина која продолжува во хоризонтална подлога (слика 1). Кога хоризонталната подлога е посипана со песок, топчето многу брзо застанува. Кога површината е дрвена, топчето се движи подолго и стигнува подалеку. Ако површината е стаклена, може да се забележи дека топчето се движи најдолго и стигнува најдалеку.



▲ **Слика 1.** Експеримент со топче и наведена рамнина

Од овој експеримент може да се заклучи дека со намалување на силата на триење, растојанието кое го поминува топчето се зголемува, односно движењето трае подолго и се повеќе се приближува кон рамномерно праволиниско движење.

Изведувајќи слични експерименти, Галилеј дошол до заклучок дека, ако може целосно да се отстранат сите надворешни влијанија, телото би продолжило да се движи бесконечно долго по права линија со постојана брзина, односно ќе се движи рамномерно праволиниски.

Исак Њутн го генерализирал заклучокот до кој дошол Галилеј во закон денес познат како Прв Њутнов закон кој гласи:

> Кога на телата не им дејствува сила, тие остануваат во состојба на мирување или рамномерно праволиниско движење.

Првиот Њутнов закон уште може и да се искаже како:

> Секое тело останува во состојба на мирување или во рамномерно праволиниско движење сè додека некое друго тело не му дејствува.

Првиот Њутнов закон е наречен уште и закон за инерција.



▲ **Слика 2.** Возач почетник е заштитен со сигурносен појас

Инерцијата е особина на телата да се противат на промената на состојбата на мирување или рамномерно праволиниско движење.

Движењето на телото кога на него дејствува резултантна сила еднаква на нула се вика движење по инерција.

Точно овој закон ја оправдува потребата од задолжително ставање на сигурносен појас во автомобилите. При движење на автомобилот со голема брзина, ако автомобилот нагло закочи (како на пример при судир) патниците, доколку појасот не е поставен, по инерција ќе бидат исфрлени нанапред (слика 2).

Инерцијален референтен систем е систем во кој телата кои не се под дејство на сила мируваат или се движат рамномерно праволиниски.

Инерцијални референтни системи

Во вакви системи важи Првиот Њутнов закон на движење, а движењето на телата може точно да се опише без потреба од дополнителни (привидни) сили.

Овие референтни системи играат огромна улога во физиката. Покажано е дека ако некој експеримент се изведе во два различни инерцијални системи, експериментите ќе подлежат на истите физички закони и ќе се добијат исти резултати. Пример: Еден референтен систем е сврзан за површината на Земјата, а друг за воз кој се движи со константна брзина. Овие два референтни системи, можеме да ги сметаме дека се инерцијални. Не постои експеримент со кои патникот во возот ќе докаже дали возот се движи со константна брзина или мирува, односно законите на физиката ќе важат подеднакво за двата референтни системи.

Масата како мерка за инертност на телата

Кога патуваме по автопат, често забележуваме дека различни возила се движат со различни брзини. Зошто камионите секогаш се движат побавно од автомобилите, и зошто има посебни ограничувања за нив?

За да разбереме зошто камионите мора да се движат побавно преку пример ќе ја разгледаме улогата на масата во движењето и запирањето на телата.

Решен пример 1:

Зошто на автопат каде дозволената брзина за автомобилите е 120 km/h, на камионите им е дозволено да се движат со максимална брзина од 80 km/h?

Одговор:

Камионите имаат многу поголема маса од автомобилите, а тоа значи многу поголема инертност. Инертноста е способност на телото да се противи на промената на неговата брзина. Тоа значи дека на камионот ќе му биде потребно подолго време да закочи, а со тоа ќе измине подолг пат пред да закочи. За да се намали ризикот од несреќи, особено при ненадејни сопирања, камионите мора да се движат со помала брзина, односно со максимална брзина од 80 km/h и да ги почитуваат правилата за растојание помеѓу камионот и возилото пред нив.

Масата мерка за **инертноста** на телата, односно масата на телото кажува колку телото се противи на промената на неговата брзина.

Втор Њутнов закон

Размислувај како научник

Првиот Њутнов закон не можеме да го провериме, затоа што е невозможно да се ослободиме од дејството на другите тела. Но, можеме да покажеме дека под дејство на сила, може да се промени брзината на телото, како и насоката на движењето на телото. Со тоа можеме да кажеме дека под дејство на сила телото добива забрзување. Од што зависи колкаво ќе биде тоа забрзување? Твоја задача ќе биде да спроведеш две научни истражувања со кои ќе ја одредиш зависноста на забрзувањето на телото од силата што му дејствува и од неговата маса.

Наслов на научното истражување: Определување зависност на забрзувањето на телото од силата што му дејствува

Чекор 1: Набљудувај го движењето на количка по рамна површина која под дејство на сила се движи рамномерно забрзано. Обезбеди фер тест со правилно одредување на независните, зависните и контролните променливи за да одредиш како забрзувањето што го добива телото зависи од силата која му дејствува.

Чекор 2: Постави хипотеза

Чекор 3: Изработи план за експеримент и изведи го експериментот. Експериментот може да се изведе и преку симулацијата: PhET | Forces and motion: Basics | Acceleration.

Чекор 4: Обработи ги податоците и нацртај график на зависност на забрзувањето на количката под дејство на сила.

Чекор 5: Интерпретирај ги резултатите и потврди ја или отфрли ја хипотезата

Повтори ја истата постапка за научното истражување со наслов: Определување зависност на забрзувањето на телото од неговата маса.

Според резултатите добиени од претходно спроведеното истражување, сигурно дојде до следните заклучоци дека:

- Забрзувањето што го добива телото под дејство на сила зависи правопропорционално од силата што му дејствува на телото
- забрзувањето што го добива телото под дејство на сила зависи обратнопропорционално од неговата маса

Заедно, овие заклучоци може да се запишат со следната формула:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Ти со своето истражување го откри вториот Њутнов закон што беше даден погоре.

Поинаку запишан вториот Њутнов закон гласи:

Под дејство на сила (F), тело со маса (m) добива забрзување (a).

За полесно помнење, Вториот Њутнов закон често се запишува како: $\vec{F} = m\vec{a}$. Иако математички оваа формула е идентична на претходната, може да доведе до заблуди. Не може да кажеме: „силата зависи од масата и забрзувањето". Силата е нешто што на телото дејствува однадвор и не зависи од масата и од забрзувањето на телото. Исто така, бидејќи станува збор за исто тело, неговата маса не се менува.

Ако на телото дејствуваат повеќе сили, под дејство на резултантната сила F_R телото со маса m добива забрзување a :

$$\vec{F_R} = m\vec{a}$$

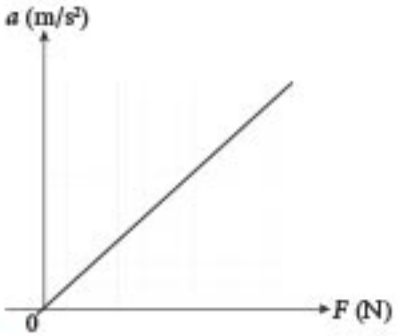
Насоката на забрзувањето што ќе ја добие телото под дејство на сила е иста со насоката на резултантната сила што му дејствува.

Од последните равенки се дефинира и единицата за сила – њутн.

Сила од 1 N на тело со маса од 1 kg му дава забрзување 1 m/s², или

$$1\text{N} = 1\text{kg} \cdot 1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Вториот Њутнов закон уште се нарекува и основен закон на динамиката и тој важи само во инерцијалните референтни системи.



▲ **График 1.** График на зависност на забрзувањето на телото од силата што дејствува на него

График на зависност на забрзувањето на телото под дејство на сила

Ако ја прикажеме зависноста на забрзувањето од силата на график се добива права линија која започнува од координатниот почеток, односно зависноста помеѓу забрзувањето и силата е правопропорционална (график 1).

Графикот започнува од координатниот почеток, што значи дека кога силата $F = 0$ N, забрзувањето на телото исто така е 0. Тоа значи дека телото или мирува, или се движи рамномерно по права линија, токму како што кажува Првиот Њутнов закон!

Решен пример 2:

На тело со маса од $m = 2{,}5$ kg дејствува константна сила. Телото започнува да се движи од состојба на мирување и за време од $t = 2$ min поминува пат од $s = 500$ m. Определи го интензитетот на силата.

Совети:

При решавање за задачите од динамика, секогаш имај ги на ум равенките за рамномерно и рамномерно забрзано праволиниско движење.

Дадено е:

$m = 2{,}5$ kg
$t = 2$ min $= 2 \cdot 60$ s $= 120$ s
$s = 500$ m
$v_0 = 0$

Се бара:

$F = ?$

Решение:

Тргнувајќи од основната равенка на динамиката - Вториот Њутнов закон $\vec{F} = m\vec{a}$ и имајќи предвид дека силата и забрзувањето што го добива телото имаат ист правец и насока се запишува скаларната равенка $F = ma$

Се запишуваат и скаларните равенки за рамномерно забрзано праволиниско движење

$$v = v_o + at \qquad s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$v = at \qquad s = \frac{at^2}{2}$$

Според условот на задачата, се користи равенката за патот и се добива

$$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 500\,\text{m}}{(120\,\text{s})^2} = 0{,}07\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Со замена во равенката за F се добива

$$F = ma = 2{,}5\ \text{kg} \cdot 0{,}07\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0{,}175\ \text{N}$$

Размислувај како научник

Користејќи го вториот Њутнов закон одреди како силата на триење зависи од масата на телото, од рапавоста на допирните површини и од плоштината на допирните површини.

Наслов на научното истражување: Определување зависност на силата на триење од масата на телото.

Чекор 1: Набљудувај го движењето на тело кое под дејство на две различни сили (влечната сила и силата на триење) се движи рамномерно праволиниски. Обезбеди фер тест со правилно одредување на независните, зависните и контролните променливи за да одредиш како масата на телото влијае на силата на триење.

Чекор 2: Постави хипотеза

Чекор 3: Изработи план за експеримент и изведи го експериментот

Чекор 4: Обработи ги податоците

Чекор 5: Интерпретирај ги резултатите и потврди ја или отфрли ја хипотезата

Повтори ја истата постапка за научните истражувања со наслов:

- Определување зависност на силата на триење од рапавоста на допирните површини
- Определување зависност на силата на триење од плоштината на допирните површини

Трет Њутнов закон

При играње пинг-понг секогаш кога топчето удира во масата ѝ дејствува на масата со сила. Но, истовремено и масата дејствува на топчето со сила и затоа топчето се одбива при што ја менува својата брзина и насока на движење.

Исак Њутн, согледал дека силите секогаш постојат, односно, се јавуваат во пар. И самата дефиниција за сила како мерка за заемнодејството на телата кажува дека мора да постојат најмалку две тела кои си заемнодејствуваат. При ова заемнодејство првото тело му дејствува на второто тело со сила наречена акција, а второто тело му дејствува на првото со сила наречена реакција.

Третиот Њутнов закон гласи:

Силата со која едно тело му дејствува на друго тело е еднаква по големина со силата со која второто тело му дејствува на првото.

Тоа се запишува како:

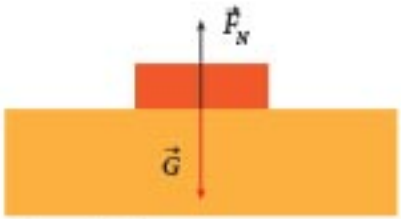
$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$

Знакот минус кажува дека овие две сили се спротивно насочени.

Поинаку искажан третиот Њутнов закон гласи: За секоја акција постои еднаква, но спротивна реакција.

Третиот Њутнов закон ни кажува дека при заемнодејство на телата силите секогаш се јавуваат во пар при што едната сила е сила на акција, а другата се јавува како резултат на силата на акција и се нарекува сила на реакција. Дел од овие парови на сили веќе спомнавме при изучувањето на видовите сили: тежината на телото - акција и силата на нормална реакција на подлогата – реакција (слика 3) , тежината на телото - акција и силата на затегнување на конецот - реакција, тежината на телото - акција и еластичната сила на пружината - реакција, гравитационата сила со која Земјата го привлекува телото - акција и силата со која телото ја привлекува Земјата - реакција.

Силата на акција и реакција дејствуваат на различни тела. Кога се бара резултантна сила што му дејствува на телото треба да се внимава која од овие две сили му дејствува на телото, а која е силата со која телото дејствува на друго тело.



▲ **Слика 3.** Пар на сили: тежината на телото - акција и силата на нормална реакција на подлогата – реакција

Решен пример 3:

Ако еден автомобил се судри со камион, на кое од возилата ќе дејствува поголема сила? Кое од возилата ќе добие поголемо забрзување? Објасни!

Одговор:

Според третиот Њутнов закон силата на акција и силата на реакција се еднакви меѓу себе. Тоа значи дека силата со која камионот ќе дејствува на автомобилот ќе биде еднаква со силата со која автомобилот ќе дејствува на камионот. Од вториот Њутнов закон ($F=ma$) следува дека возилото што има помала маса, односно автомобилот ќе добие поголемо забрзување.

Ако сакаш да знаеш повеќе:

Покрај инерцијалните системи постојат и неинерцијални системи. Неинерцијални системи се оние системи кои во однос на инерцијалните референтни системи се движат со забрзување. Во нив дејствуваат т.н. инерцијални сили, чијашто природа не потекнува од заемнодејството на телата. Инерцијалните сили се јавуваат само во неинерцијалните системи!

Пример: Ако топка е поставена на подот од воз кој се движи со забрзување, топката ќе почне да се движи по подот на возот во спротивна насока од насоката на движење на возот.

Инерцијалните сили се последица од забрзаното движење на референтниот систем, а не како резултат на заемнодејството на телата. Интензитетот на овие сили е еднаков на производот на масата на телото и забрзувањето на системот, а насоката е спротивна од насоката на забрзувањето на системот, односно:

$$\vec{F}' = -m\vec{a}$$

При што основниот закон на динамиката за неинерцијалните системи гласи:

$$\vec{F} + \vec{F}' = m\vec{a}'$$

Каде $\vec{F}$ е резултантната сила на сите „вистински“ сили кои дејствуваат на телото, $\vec{F}'$ е инерцијалната сила, $\vec{a}'$ е забрзувањето што го добива телото во однос на неинерцијалниот референтен систем.

Прашања:

1. Дали ако на телото дејствува само една сила, телото може да биде во состојба на мирување или рамномерно праволиниско движење?
2. Силата на триење помеѓу едно тело и подлогата се мери на следниов начин: ако едно тело се влече со динамометар по хоризонтална подлога така што тоа ќе се движи рамномерно праволиниски, тогаш силата со која се влече телото е еднаква по големина на силата на триење. Објасни зошто!
3. Зошто автомобил може полесно да забрза отколку камион?
4. Кутија мирува на наведена рамнина. Наклонот на рамнината се зголемува сè додека кутијата не почне да се лизга. Ако наклонот повеќе не се менува, како ќе се движи телото?
5. На тело поставено на подлога му дејствуваат Земјината тежа и силата на реакција на подлогата. Дали овие две сили се силата на акција и силата на реакција? Ако не, наведи ги имињата на силите на реакција на овие две сили.
6. Кога сакаш да заковаш клинец во дрво, секогаш кога удираш со чеканот по клинецот и клинецот му дејствува на чеканот со иста по големина сила. Зошто сепак успеваш да го заковаш клинецот?
7. Дали се согласуваш дека првиот Њутнов закон е специјален случај на вториот Њутнов закон? Зошто да/зошто не?
8. Тело со маса $m = 2\,\text{kg}$, тргнувајќи од состојба на мирување започнува да се движи под дејство на постојана сила. Определи го интензитетот на силата по изминат пат од $s = 100\,\text{m}$ со постигната брзина од $v = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

9. Со колкава сила треба да се дејствува на тело со маса од $m = 2$ kg, за да тоа во првата секунда да измине пат од $s = 2$ m?

10. Една од најпознатите ракети што била користена за лет до Месечината е Saturn 5. При вкупна маса од $m = 516 \cdot 10^3$ kg, резултантна сила од $F = 4900$ kN и моментна брзина $v_0 = 2300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, ракетата за време $t = 20$ s, поминала одреден пат s. Пресметај го тој пат.



11. Еден од болидите на формула 1 Тојота, чија маса заедно со возачот изнесува $m = 600$ kg, стартувајќи од мирување, во време од $t = 3{,}4$ s поминува пат од $s = 100$ m. Пресметај ја резултантната влечна сила на болидот.



Решавање на задачи со видови сили и Њутнови закони

Совети:

За успешно решавање на задачи со примена на Њутновите закони, кога на телото дејствуваат повеќе сили, пожелно е да се применуваат неколку чекори:

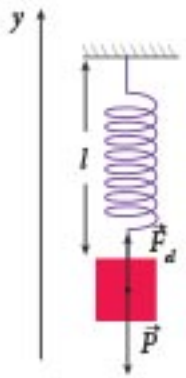
- Се црта дијаграм на сили на телото.
- Се определува насоката на движење на телото.
- Вториот Њутнов закон се запишува во векторски облик, земајќи ги предвид сите сили што дејствуваат на телото.
- Вториот Њутнов закон се запишува во скаларен облик, при што се прави проекција на силите на координатен систем. Најдобро е правецот на една од оските да се совпаѓа со правецот на движење. Како ќе го поставиш координатниот систем зависи од правецот на силите кои дејствуваат на телото.
- Се определуваат непознатите величини

По запишувањето на физичките равенки, употреби соодветна математичка операција за да елиминираш некоја физичка величина.

Кога се решава задача во која се разгледуваат повеќе тела, имај на ум дека за секое тело се црта посебен дијаграм на сили и се пишуваат посебна равенка од Вториот Њутнов закон.

Движењето на различни тела може да се разгледува во однос на различни референтни оски.

Во додакот 2 за тригонометриски функции, даден на крајот од учебниот се дефинирани основните тригонометриски функции кои ќе ти бидат од помош при решавањето на овие задачи.



▲ **Слика 1.** Дијаграм на сили што дејствуваат на тело обесено на пружина

Решен пример 1:

Продавачот на овошје ја мери масата на овошјето, закачувајќи го на вага. Вагата има пружина чија должина во нерастегната состојба изнесува 10 cm. На крајот од пружината обесува кесе со овошје со маса 600 g. По издолжувањето, должината на пружината е за две третини поголема од почетната. Колкав е коефициентот на еластичност на пружината?

Решение:

Дадено е:

$l_0 = 10\ \text{cm} = 0{,}1\ \text{m}$
$m = 600\ \text{g} = 0{,}6\ \text{kg}$
$a = 500\ \text{m}$
$v_0 = 0$

$$l = l_0 + \frac{2}{3}l_0 = (1+\frac{2}{3})l_0 = \frac{5}{3}l_0$$

$$g = 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Се бара:
$k = ?$

Во услови кога телото и пружината мируваат се запишува равенката од Вториот Њутнов закон, земајќи дека $a = 0$:

$$\overrightarrow{F_{el}} + \vec{P} = 0$$

Со проекција во однос на референтна оска се добива

$$F_e - P = 0 \qquad F_e - mg = 0 \qquad F_{el} = mg$$

Во равенката од Хуковиот закон $F_{el} = k\Delta l$ се користи издолжувањето што е еднакво на

$$\Delta l = l - l_0 = \frac{5}{3}l_0 - l_0 = \frac{2}{3}l_0$$

Ова го заменуваме во Хуковиот закон, па еластичната сила е $F_e = k\frac{2}{3}l$. Понатаму, оваа зависност ја заменуваме во проекцијата на Вториот Њутнов закон

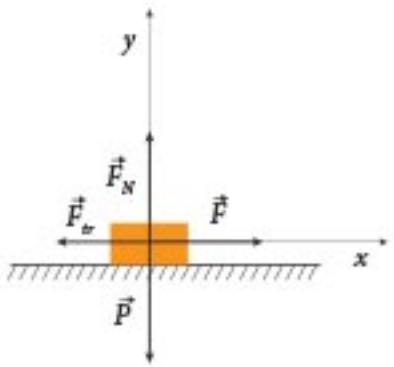
$$k\frac{2}{3}l_0 = mg$$

Од последната равенка за k се добива

$$k = \frac{3mg}{2l_0} = \frac{3 \cdot 0{,}6\ \text{kg} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot 0{,}1\ \text{m}} = 88{,}3\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Решен пример 2:

Ксенија влече кутија со маса 10 kg со сила 800 N во хоризонтален правец во однос на подлогата. Коефициентот на триење помеѓу подлогата и кутијата изнесува 0,1. Отпорот на воздухот се занемарува. Земјиното забрзување е $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Колкаво е забрзувањето што го добива кутијата?



▲ **Слика 2.** Дијаграм на сили на тело кое се движи по хоризонтална рамнина

Решение:

Дадено е:
$m = 10\ \text{kg}$
$F = 800\ \text{N}$
$\mu = 0,1$
$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Се бара:
$a = ?$

Се запишува векторската равенка од Вториот Њутнов закон за сите сили кои дејствуваат на кутијата

$$\vec{F}_{tr} + \vec{F}_N + \vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$$

Бидејќи силите кои дејствуваат на кутијата се во заемно нормални правци, поставуваме рамнински координатен систем чии правци се совпаѓаат со правците на силите.

Се прави проекција на равенката во однос на оските x и y

$x: -F_{trx} + F_{Nx} + P_x + F_x = ma_x$ $\quad y: -F_{try} + F_{Ny} + P_y + F_y = ma_y;$

$F_{trx} = F_{tr};$ $\quad F_{try} = 0;$

$F_x = F;$ $\quad F_x = 0;$

$P_x = 0;$ $\quad P_x = P;$

$F_{Nx} = 0;$ $\quad F_{Ny} = F_N;$

$a_x = a$ $\quad a_y = 0$

Користејќи ги сите овие услови, проекциите на Вториот Њутнов закон се поедноставуваат, па се добива

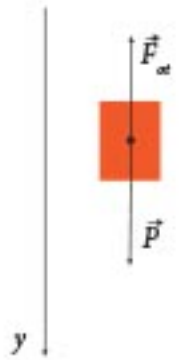
$x: -F_{tr} + F = ma$

$y: -P + F_N = 0;\ F_N = P = mg$

Имајќи ја предвид равенката за силата на триење $F_{tr} = \mu F_N$, може да замениме:

$x: -\mu mg + F = ma$

$$a = \frac{F - \mu mg}{m} = \frac{800\ \text{N} - 0,1 \cdot 10\ \text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{10\ \text{kg}} = 79,02 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



▲ **Слика 3.** Дијаграм на сили на падобранец со отворен падобран

Решен пример 3.

Масата на падобранец заедно со неговиот падобран изнесува 90 kg. Во моментот на отворање на падобранот брзината на падобранецот е 50 m/s. По спуштање на падобранецот за 40 m, неговата брзина се намалува на 10 m/s. Колкава е силата на отпорот на воздухот кога падобранот е отворен?

Решение:

Дадено е:
$m = 90\ \text{kg}$
$v_0 = 50\ \text{m/s}$
$v = 10\ \text{m/s}$
$h = 40\ \text{m}$

Се бара:
$F_{ot} = ?$

Дијаграмот на сили на падобранецот заедно со падобранот при спуштање со отворен падобран е даден на слика 3.

Според дијаграмот на сили што му дејствуваат на падобранецот, Вториот Њутнов закон во векторски облик гласи

$$\vec{F}_{ot} + \vec{P} = m\vec{a}$$

Ако направиме проекција на овие сили на координатна оска, поставена во насока на движење на падобранецот, се добива

$$P - F_{ot} = ma$$

При што за силата на отпорот на воздухот се добива

$$F_{ot} = P - ma$$
$$F_{ot} = mg - ma = m(g - a)$$

Забрзувањето на падобранецот може да се најде од формулите за изминатиот пат и промената на брзината:

$$h = v_0 t + \frac{at^2}{2} \text{ и } v = v_0 + at$$

При што за забрзувањето се добива

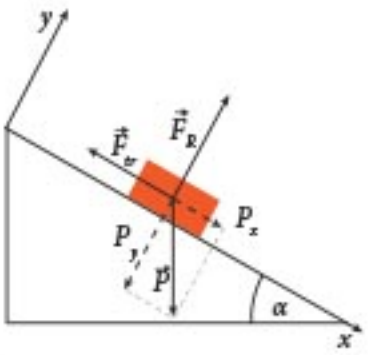
$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2h} = -30\ \text{m/s}$$

За силата на отпорот на воздухот се добива:

$$F_{ot} = 3583\ \text{N}$$

Решен пример 4:

При истоварање на камиони за работниците да не го креваат товарот користат товарни/преносни рампи по кои се пушта товарот. Кутија со маса 50 kg работникот ја поставува на почетокот на рампата. Аголот на наведената рампа изнесува 30°, а нејзината должина 2 m. Коефициентот на триење помеѓу подлогата и кутијата изнесува 0,1. Земјиното забрзување е $g = 9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Отпорот на воздухот се занемарува. За колку време кутијата ќе се придвижи по накосена рампа?



▲ **Слика 4.** Дијаграм на тело што се движи по накосена рамнина

Дадено е:

$m = 50\,\text{kg}; \quad s = 2\,\text{m}; \quad \alpha = 30^\circ; \quad \mu = 0,1; \quad g = 9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Се бара:

$t = ?$

Решение:

Се запишува векторската равенка од Вториот Њутнов закон за сите сили кои дејствуваат на телото

$$\vec{F}_{tr} + \vec{F}_N + \vec{P} = m\vec{a}$$

Се прави проекција на равенката во однос на x:

$$x: -F_{trx} + F_{Nx} + P_x = ma_x;$$

$$F_{trx} = F_{tr};$$

$$P_x = P\sin\alpha;$$

$$F_{Nx} = 0;$$

$$a_x = a$$

При што се добива

$$x: -F_{tr} + P\sin\alpha = ma;$$
$$-\mu F_N + mg\sin\alpha = ma$$

Се прави проекција на равенката во однос на y оската:

$$y: F_{try} + F_{Ny} - P_y = ma_y; \qquad y: F_N - P\cos\alpha = 0;$$

$$F_{try} = 0; \qquad F_N - mg\cos\alpha = 0;$$

$$P_y = P\cos\alpha; \qquad F_N = mg\cos\alpha$$

$$F_{Ny} = F_N;$$

$$a_y = 0$$

Со замена на F_N во проекционата равенка по x-оската се добива:

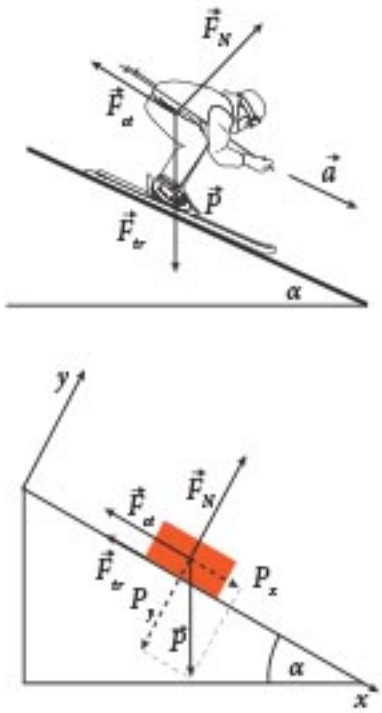
$$-\mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha = ma$$

Од последната равенка за забрзувањето a се добива

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}(\sin 30° - 0{,}1\cos 30°) = 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\left(\frac{1}{2} - 0{,}1\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4{,}05\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Од равенката за пат кај рамномерното праволиниско движење $s = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$,

односно $s = \frac{a t^2}{2}$, за времето се добива $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 0{,}89\ \text{s}$



▲ **Слика 5.** Скијач при спуст и дијаграм на сили што дејствуваат на него

Решен пример 5:

Нацртај го дијаграмот на сили што дејствуваат на скијач со маса m при спуст ако е даден аголот α на наклонот на ридот. Направи анализа како силите што му дејствуваат влијаат на движењето на скијачот и од што зависи неговото забрзување.

Решение:

При спуст на скијачот по накосена рамнина (алпско скијање) скијачот добива забрзување во насока на неговото движење. Сили кои му дејствуваат при спустот се:

- Земјината тежа ($\vec{P}$) – насочена вертикално надолу
- Силата на нормална реакција на подлогата ($\vec{F}_N$) – насочена нормално на накосената рамнина со правец од рамнината кон скијачот
- Силата на отпорот на воздухот ($\vec{F}_\alpha$) – насочена спротивно од насоката на движење на скијачот
- Силата на триење ($\vec{F}_{tr}$) – исто така насочена спротивно од насоката на движење на скијачот

Вториот Њутнов закон за скијачот кој се спушта по накосената рамнина во векторски облик е даден со равенката

$$\vec{P} + \vec{F}_N + \vec{F}_\alpha + \vec{F}_{tr} = m\vec{a}$$

Ако се направи проекција на равенката на x и y оската се добива дека

$x: -F_{trx} - F_{otx} + F_{Nx} + P_x = ma_x$; $y: F_{try} + F_{oty} + F_{Ny} - P_y = ma_y$;

$F_{trx} = F_{tr}$, $F_{try} = 0$;

$F_{otx} = F_{ot}$; $F_{oty} = 0$;

$P_x = P\sin\alpha$; $P_y = P\cos\alpha$;

$F_{Nx} = 0$; $F_{Ny} = F_N$;

$a_x = a$ $a_y = 0$

$$\left.\begin{array}{l} x: -F_{tr} - F_{ot} + P\sin\alpha = ma \\ -\mu F_R - F_{ot} + mg\sin\alpha = ma \end{array}\right. ; \quad \begin{array}{l} y: F_N - P\cos\alpha = 0; \\ F_N - mg\cos\alpha = 0; \\ F_N = mg\cos\alpha \end{array}$$

Со замена на F_N во проекционата равенка по x оската се добива

$$-\mu mg\cos\alpha - F_{ot} + mg\sin\alpha = ma$$

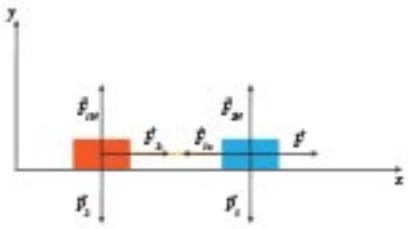
Од последната равенка за забрзувањето a се добива

$$\frac{-\mu mg\cos\alpha - F_{ot} + mg\sin\alpha}{m} = a$$

$$g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha - \frac{F_{ot}}{m} = a$$

Од последните равенки може да се заклучи дека:

- Скијачот се спушта надолу по накосената рамнина благодарение на Земјината тежа и тоа само под дејство на компонентата на Земјината тежа која е во насока на движење на скијачот. Оваа компонента е поголема за пострмни рамнини. Затоа при скијање на пострмни рамнини скијачите постигнуваат поголема брзина.
- Силата на нормална реакција на подлогата нема улога во забрзувањето што го добива скијачот.
- Колку се поголеми силата на отпорот на воздухот и силата на триење помеѓу скиите и снегот, забрзувањето што ќе го добие скијачот ќе биде помало. За да го намали отпорот на воздухот, скијачот го поставува своето тело во положбата дадена на сликата со што ја намалува допирната површина, а со тоа и силата на отпорот на воздухот. Силата на триење се намалува со посебни дизајни на скии за различни стилови на скијање. Сепак, силата на триење што се јавува помеѓу работ на скиите и снегот е важна, затоа што благодарение на таа сила, скијачот може да ги совлада свијоците на патеката.



▲ **Слика 6.** Дијаграм на сили на две поврзани тела

Решен пример 6:

Две тела, поставени на рамна подлога, со маса $m_1 = 0{,}1$ kg и $m_2 = 0{,}3$ kg се поврзани со нерастеглив конец чија тежина се занемарува. Силата која дејствува на првото тело изнесува $F = 40$ N. Максималната сила што може да ја издржи конецот е $F_{max} = 35$ N. Силата на триење помеѓу телата и подлогата да се занемари.

а) Колкаво е забрзувањето на системот од двете тела при оптоварување?

б) Дали конецот може да го издржи оптоварувањето?

Решение:

Дадено е:

$m_1 = 5\text{kg}$

$m_2 = 6\text{kg}$

$g = 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Се бара:

$a = ?$

Се запишуваат векторските равенки од Вториот Њутнов закон за двете тела, а потоа се пишуваат и проекционите равенки но однос на x и y оската.

I тело:

$\vec{F} + \vec{F}_{z1} + \vec{P}_1 + \vec{F}_{N1} = m_1 \vec{a}$

$x: F_x - F_{1zx} + F_{1Nx} + P_{1x} = m_1 a_x;$ $\quad y: F_y - F_{1zy} + F_{1Ny} + P_{1y} = m_1 a_y;$

$F_x = F;$ $\quad F_y = 0;$

$F_{1zx} = F_{1z};$ $\quad F_{1z} = 0;$

$F_{1Nx} = 0;$ $\quad F_{1Ny} = F_{1N};$

$P_{1x} = 0;$ $\quad P_{1y} = P_1;$

$a_x = a$ $\quad a_y = 0$

$x: F - F_{1z} = m_1 a$ $\quad y: F_{1N} + P_1 = 0$

II тело:

$\vec{F}_{2z} + \vec{P}_2 + \vec{F}_{2N} = m_2 \vec{a}$

$x: F_{2zx} + F_{2Nx} + P_{2x} = m_2 a_x;$ $\quad y: -F_{2zy} + F_{2Ny} + P_{2y} = m_2 a_y;$

$F_{2z} = F_{2zx};$ $\quad F_{2z} = 0;$

$F_{Nx} = 0;$ $\quad F_{2Nx} = F_{2N};$

$P_{2x} = 0;$ $\quad P_{2y} = P;$

$a_x = a$ $\quad a_y = 0$

$x: F_{2x} = m_2 a$ $y: F_{2N} + P_2 = 0$

Имајќи предвид дека движењето на телото е во правецот на x-оската, ќе се искористат само проекционите равенки по x-оската

$$F - F_{1x} = m_1 a;$$
$$F_{2x} = m_2 a$$

Според Третиот Њутнов закон $F_{1x} = F_{2x} = F_x$, така што може да се запише

$F - m_2 a = m_1 a$, односно за a се добива

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{40\ \text{N}}{0{,}1\ \text{kg} + 0{,}3\ \text{kg}} = 100\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

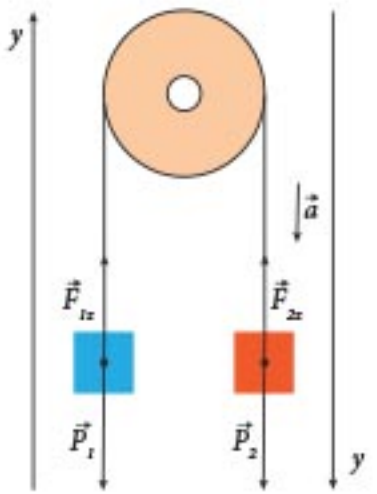
За силата на затегнување се добива

$$F_{2x} = F_x = m_2 a = 30\ \text{N}$$

што значи дека ваквото оптоварување може да го издржи конецот.

Решен пример 7:

Преку обесена макара е префрлен конец на чии краеви се закачени два тега со маси $m_1 = 5$ kg и $m_2 = 6$ kg. Масата на макарата и на конецот да се занемарат, како и триењето на конецот со макарата. Колкаво е забрзувањето на теговите во однос на Земјата?



▲ **Слика 7.** Дијаграм на две тела обесени на нерастеглив конец

Решение:

Дадено е:

$m_1 = 5\ \text{kg}$
$m_2 = 6\ \text{kg}$
$g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Се бара:

$a = ?$

Се цртаат референтни оски за секое од телата. Насока се избира според насоката на движењето на теговите. Во услови кога на теговите дејствуваат само силата на Земјината тежа и силата на затегнување на конецот, насоката на движење се одредува според масата на поголемиот тег. Доколку се

направи погрешна претпоставка за насоката на движење, за забрзувањето ќе се добие негативна вредност.

Се запишуваат векторските равенки од Вториот Њутнов закон за двата тега, а потоа се пишуваат и проекционите равенки во однос на y-оската.

I тег:

$$\vec{F}_{1z} + \vec{P}_1 = m_1 \vec{a}$$

$$y_1 : F_{1z} - P_1 = m_1 a$$

$$F_{1z} - m_1 g = m_1 a$$

II тег:

$$\vec{F}_{2z} + \vec{P}_2 = m_2 \vec{a}$$

$$y_2 : F_{2z} - P_2 = m_2 a$$

$$-F_{2z} - mg = m_2 a$$

Според Третиот Њутнов закон $F_{1z} = F_{2z} = F_z$

Со замена на F_{1z} од равенката за првиот тег се добива

$$F_{1z} = F_z = m_1 g + m_1 a$$

Во равенката за вториот тег се добива

$$-(m_1 g + m_1 a) + m_2 g = m_2 a$$

Со средување на последниот и израз за забрзувањето се добива

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2} = \frac{1\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{11\ \text{kg}} = 0{,}89\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

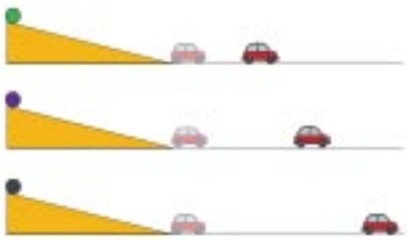
2.7 Импулс на тело и закон за запазување на импулсот

Кога удираме пинг-понг топче со палка се менува насоката и брзината на движење на топчето. Њутновите закони овозможуваат да се пресмета како ќе се движи топчето, но со помош на Њутновите закони не може да се дознае како времетраењето на контактот помеѓу топчето и палката влијае на промената на неговото движење. Затоа ќе воведеме неколку физички величини со кои ќе ја дознаеме оваа зависност.

Импулс на тело

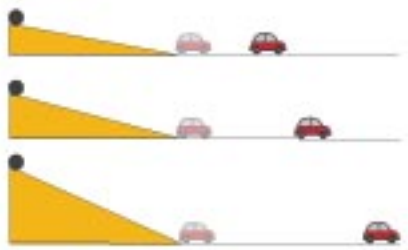
За да видиме од што зависи колку ќе се придвижи некое тело при дејство на сила, ќе направиме еден експеримент од два дела.

Во првиот дел од експериментот ќе пуштаме три топчиња со исти димензии, но различна маса (пример: теniско, гумено и метално топче) по наведена рамнина, чиј наклон е постојан (слика 1). Ако на крајот од рамнината поставиме количка играчка, ќе забележиме дека најмногу ќе се помести количката која ќе биде удрена од топчето со најголема маса. Сите топчиња се движеа со иста брзина затоа што се пуштаат од иста висина, но најголемо поместување предизвика топчето со најголема маса.



▲ **Слика 1.** Различно придвижување на количката под дејство на топчиња со различна маса

Во вториот дел од експериментот ќе ја менуваме брзината со која едно исто топче ќе се судира со количката поставена на крајот на рамнината. Тоа ќе го постигнеме со менување на наклонот на рамнината (слика 2) . Како што се зголемува наклонот на рамнината, така се зголемува и брзината на топчето. Со овој експеримент може да се забележи дека најмногу се придвижува количката кога во неа удира топчето што се движи со најголема брзина. Сите топчиња се со иста маса, но најголемо поместување предизвика топчето со најголема брзина.



▲ **Слика 2.** Различно придвижување на количката под дејство на топчиња со различна брзина

Резултатите покажуваат дека ефектот од судирот зависи и од масата и од брзината на топчето. Затоа велиме дека за да ја опишеме способноста на едно тело да предизвика промена кај друго тело при судир, потребно е да воведеме нова физичка величина која ги обединува масата и брзината. Оаа величина Исак Њутн ја нарекол количество на движење, а денес се нарекува импулс на телото.

Импулсот на телото е производ од масата на телото и брзината на телото.

Импулсот на телото се пресметува со формулата

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Иако масата на телото е скаларна величина, затоа што брзината на телото е векторска величина и импулсот на телото е векторска величина и се бележи со буквата $\vec{p}$.

Единица за импулс на телото е $\mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Импулс на сила

По автопат се движат две возила со иста брзина. Едното е автомобил, а другото е натоварен камион. Ако двајцата возачи мораат нагло да закочат за да избегнат сообраќајна несреќа, камионот ќе има потреба од многу поголема сила да запре за ист временски интервал. Затоа камионите имаат подолг пат на сопирање и посебни системи за кочење. Ова е причината поради која во сообраќајот постојат различни правила за тешките товарни возила, особено во однос на растојанието што треба да го почитуваат помеѓу возилата и брзината на движење.

А што се случува кога се движат два исти автомобили, но едниот се движи со брзина 80 km/h, а другиот со 120 km/h. Ако двајцата возачи мораат нагло да закочат за да избегнат сообраќајна несреќа, возачот кој се движи со поголема брзина ќе има потреба од многу поголема сила да запре за ист временски интервал. Иако масата на двата автомобили е иста, автомобилот со поголема брзина има поголем импулс, што значи потешко е да запре.

Забележавте дека во двата примера се користеше физичката величина **временски интервал** за кое возилата може да закочат. Сега ќе провериме како времетраењето на дејството на силата влијае врз промената на движењето на телото.

Основната равенка на динамиката дадена со формулата:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

може да се претстави и како $\vec{F} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$, односно

$$\vec{F} = m\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} \qquad \text{или} \qquad \vec{F} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

Величината $\Delta\vec{p} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$ е промена на импулсот во временскиот интервал $\Delta t = t_2 - t_1$

Така, основната равенка на динамиката може да се запише и со формулата

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Каде што количникот $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$ претставува брзина на промената на импулсот, односно кажува колку брзо се менува импулсот на телото.

Брзината на промената на импулсот на телото е еднаква на силата која дејствува на телото.

Истата равенка може да се запише и како $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$.

Производот $\vec{F}\Delta t$ се нарекува импулс на сила. Од равенката може да се каже дека импулсот на силата е еднаков на промената на импулсот на телото.

Кога автомобил нагло ќе закочи или удри во некој предмет, патниците по инерција продолжуваат да се движат нанапред и може да се удрат во предниот дел од возилото. За да се намали силата што дејствува на патниците при вакво нагло запирање, важно е да се зголеми времетраењето на дејството на силата. Токму тоа го овозможуваат безбедносните појаси и воздушните перничиња (слика 3). Наместо телото да се запре за дел од секундата, тие го продолжуваат времето на запирање на телото (односно времето на промената на импулсот), со што ја намалуваат силата што му дејствува на патникот според формулата:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$



▲ **Слика 3.** Безбедносната опрема (појас и воздушно перниче) има цел да го продолжи времето на дејството на силата при нагло запирање на автомобилот

Решен пример 1:

Болидот на Мекларен со маса $m = 691$ kg, излегувајќи од полукружна кривина при брзина од $v_0 = 144\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, наредните $\Delta t = 5$ s константно забрзува до брзина $v = 216\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Пресметај ја промената на импулсот на болидот како и неговата влечна сила при даденото забрзување.



▲ **Слика 4.** Болидот на Мекларен.

Дадено е:

$m = 691$ kg; $v_0 = 144\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 40\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$; $\Delta t = 5$ s; $v = 216\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 60\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Се бара:

$\Delta p = ?$; $F = ?$

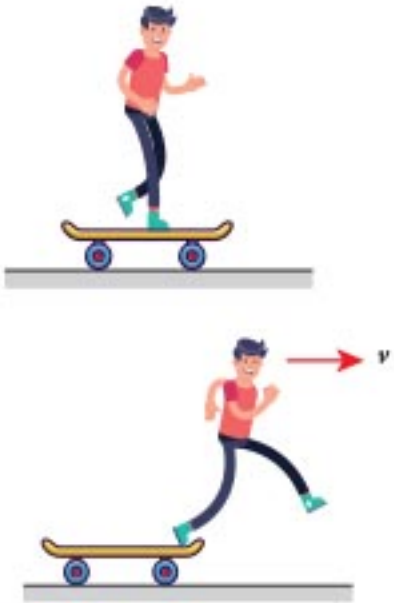
Решение:

За промената на импулсот се запишува

$$\Delta p = mv - mv_0 = m(v - v_0) = 691\,\text{kg} \cdot \left(60\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 40\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 1382\,\text{kg}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Од равенката за F, според Вториот Њутнов закон, имаме

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1382\,\text{kg}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{5\,\text{s}} = 276{,}4\,\text{N}$$



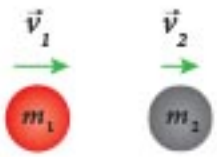
▲ **Слика 5.** Момче скока од скирол во мирување. При скокот на момчето кон десно, скиролот се враќа кон лево

Закон за запазување на импулсот

Ако момче кое стои на скирол што мирува скокне во хоризонтален правец, скиролот ќе се придвижи наназад. Истото се случува и кога рибарот излегува од кајчето поставено во водата до брегот. При неговото излегување кајчето се враќа наназад. Дали можеш да објасниш зошто ова се случува?

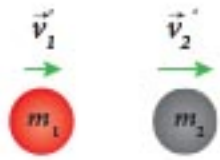
Досега го разгледувавме импулсот само на едно тело. Но, да видиме што се случува со импулсот на телата кога тие си заемнодејствуваат како во примерите дадени погоре. Во нашиот случај ќе разгледаме две топчиња што си заемнодејствуваат, а ти треба да одговориш зошто скиролот и кајчето се враќаат наназад. Двете тела кои си заемнодејствуваат сочинуваат систем. Ако овие две тела не заемнодејствуваат со некои други тела од околината, овој систем е наречен изолиран систем.

Изолиран систем е систем од тела кои не заемнодејствуваат со другите тела од околината.



пред судирот

▲ **Слика 5 а.** Топчиња од билјард пред судир



по судирот

▲ **Слика 5 б.** Топчиња од билјард по судир

При заемнодејството на телата важи третиот Њутнов закон, односно

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$

Ќе го примениме третиот Њутнов закон при судир на две топчиња за билјард кои се движат со брзини $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ (слика 5 а) и кои претставуваат изолиран систем.

Двете топчиња имаат импулси $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$.

При судирот тие си заемнодејствуваат при што силата со која првата топка ја удира втората топка е еднаква по големина, а спротивна по насока со силата со која втората топка ја удира првата. При судирот брзините на двете топчиња ќе се променат и истите ќе ги означиме со $\vec{v}_1'$ и $\vec{v}_2'$ (Слика 5 б).

Масите на топчињата остануваат константни, а нивните брзини се менуваат. Промена на брзината на телото значи промена и на импулсот, односно тие добиваат импулси $\vec{p}_1'$ и $\vec{p}_2'$ соодветно.

Според вториот Њутнов закон силата со која првото топче дејствува на второто топче во мал временски интервал Δt, предизвикува промена на брзината на второто топче, односно промена на неговиот импулс и може да се запише

$$\vec{F}_{1,2} = \frac{\vec{p}_2' - \vec{p}_2}{\Delta t}$$

Истото важи и за силата со која второто топче дејствува на првото при што му ја менува брзината, односно импулсот. Овој случај може да се запише како

$$\vec{F}_{2,1} = \frac{\vec{p}_1' - \vec{p}_1}{\Delta t}$$

Според третиот Њутнов закон $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$ овие две сили се еднакви по големина, но спротивни по насока, односно

$$\frac{\vec{p}_2' - \vec{p}_2}{\Delta t} = -\frac{\vec{p}_1' - \vec{p}_1}{\Delta t} \quad \text{или} \quad \vec{p}_2' - \vec{p}_2 = -(\vec{p}_1' - \vec{p}_1)$$

Од каде што следува дека

$$\vec{p}_1' + \vec{p}_2' = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

Последната формула го дава законот за запазување на вкупниот импулс на телата во изолиран систем кој гласи:

Збирот на импулсот на телата пред нивното заемнодејство е еднаков со збирот на импулсот на телата по нивното заемнодејство.

Или, ако по заемнодејството импулсот на едно тело се зголеми, тогаш импулсот на другото тело во истата ситуација мора да се намали за истата вредност.

Дали сега можеш да ги објасниш двата примера дадени на почетокот?

Решен пример 2:

Проектил со маса $m = 100$ kg лета со брзина $v = 200\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Во еден момент проектилот се распаѓа на два дела. Едниот од нив со маса $m_1 = 60$ kg продолжува да се движи во иста насока како и проектилот пред распадот, но со поголема брзина $v_1 = 320\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Одреди го интензитетот и правецот на движење на вториот дел од проектилот.

Совети: Не заборавај дека знакот еднакво кај векторската равенка ни кажува дека освен интензитетот и правецот и насоката на резултантните вектори од левата и десната страна на равенката треба да се еднакви.

Дадено е: $m = 100$ kg $\quad v = 200\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\quad m_1 = 60$ kg $\quad v_1 = 400\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Се бара: $\vec{v_2} = ?$

Решение:

Се запишува векторската равенката за законот за запазување на импулсот

$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$, $m\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

Имајќи предвид дека според условот на задачата, правецот и насоката на векторите $\vec{p}$ и $\vec{p}_1$ се исти, за да се запази еднаквоста на правците од левата и десната страна може да се заклучи дека и векторот $\vec{p}_2$,односно брзината $\vec{v}_2$ има барем ист правец, така што се запишува:

$mv = m_1v_1 + m_2v_2$, од каде за брзината v_2се добива

$$v_2 = \frac{mv - m_1v_1}{m_2} = \frac{mv - m_1v_1}{m - m_1} = \frac{100\,\text{kg} \cdot 200\frac{\text{m}}{\text{s}} - 60\,\text{kg} \cdot 400\frac{\text{m}}{\text{s}}}{100\,\text{kg} - 60\,\text{kg}} = -100\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Знакот минус укажува на тоа дека брзината на вториот дел има спротивна насока од насоката на проектилот и неговиот прв дел.

Ако сакаш да знаеш повеќе:

- Под поимот судар во физиката се подразбира заемнодејство на телата што трае многу кратко време при што се занемаруваат надворешните сили што дејствуваат на телата. Сударите можат да бидат идеално еластични при што по заемнодејството на телата тие се разделуваат и идеално нееластични при што телата се спојуваат во едно и по судирот се движат како едно тело. При било кој од овие судари секогаш важи законот за запазување на импулсот.

Прашања и задачи:

1. Масата на едно тело е трипати поголема од масата на друго тело. Каков треба да биде односот на брзините на телата за да нивните импулси останат исти?
2. Зошто е полесно да ја отвориш вратата ако притиснеш на кваката со помала сила подолго време, отколку ако набрзина ја удриш?
3. Кога некој скока од чамец на брегот, зошто чамецот се оддалечува од брегот?
4. Три тела сочинуваат изолиран систем. Како би го дефинирал законот за запазување на импулсот за трите тела?
5. Во моментот кога брзината на едно тело се зголемила петпати, импулсот на телото пораснал за $200\,\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Пресметај го импулсот на телото пред и по зголемувањето на брзината на телото.
6. Масата на една ловечка пушка изнесува $m_1 = 6{,}4$ kg. Во моментот кога испалува пушката излегува куршум со брзина $v_2 = 900\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Определи го интензитетот и насоката на брзината на придвижување на пушката. Масата на куршумот е $m_2 = 8$ g.

Резиме:

- Делот од физиката којшто ги опишува причините за движењата на телата се нарекува динамика.
- Силата го опишува заемнодејството меѓу телата.
- Заемнодејството помеѓу телата може да биде контактно (кога двете тела си заемнодејствуваат при меѓусебен контакт) и бесконтактно (кога заемнодејството помеѓу телата е преку физичко поле).
- Под дејство на сила:
  - телото може да ги промени формата и волуменот,
  - телото може да ја промени својата брзина на движење како по големина така и по правец и насока,
  - телото може да почне да ротира.
- Во природата постојат повеќе видови сили кои имаат различна природа.
- Сили кои имаат гравитациона природа се Земјината тежа и тежината
- Сили кои имаат електромагнетна природа се: еластичните сили и силите на отпорот.
- Еластични сили се: силата на нормална реакција на подлогата, силата на затегнување на конецот и еластичната сила кај деформирана пружина.
- Силата на триење и силата на отпорот на воздухот претставуваат сили на отпор на средината.
- Дијаграм на сили претставува тело на кое се прикажани сите сили кои му дејствуваат.
- Доколку на телото му дејствуваат повеќе сили, силата која претставува векторски збирот на сите сили што дејствуваат на телото се нарекува резултантна сила.
- Во класичната динамика важат трите Њутнови закони.
- Првиот Њутнов закон гласи: Секое тело останува во состојба на мирување или во рамномерно праволиниско движење сè додека некое друго тело не дејствува на него.
- Вториот Њутнов закон гласи: Под дејство на сила (F), тело со маса (m) добива забрзување (a) или $\vec{F} = m\vec{a}$.
- Третиот Њутнов закон гласи: Силата со која едно тело му дејствува на друго тело е еднаква по големина со силата со која второто тело му дејствува на првото или $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$.
- Њутновите закони важат само во инерцијални референтни системи.
- Инерцијален референтен систем е систем во кој телата кои не се под дејство на сила мируваат или се движат рамномерно праволиниски.
- Масата е мерка за инертноста на телата, односно масата на телото, кажува колку телото се противи на промената на неговата брзина.
- Единица за сила е њутн. Сила од 1 N на тело со маса од 1 kg му дава забрзување 1 m/s².
- Импулсот на телото е производ од масата на телото и брзината на телото или $\vec{p} = m\vec{v}$.
- Брзината на промената на импулсот на телото е еднаква на силата која дејствува врз телото .
- Во изолиран систем збирот на импулсот на телата пред нивното заемнодејство е еднаков со збирот на импулсот на телата по нивното заемнодејство, односно

  $\vec{p}_1' + \vec{p}_2' = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$.
- Изолиран систем е систем од тела кои не заемнодејствуваат со другите тела од околината.

2.8 Движење по кружница



▲ **Слика 1.** Панорамско тркало

Секоја кривина претставува дел од кружница со радиус R. Движењето на сателитите околу Земјата е движење по кружница. Кога се возиш со панорамско тркало (слика 1) ти се движиш по кружница.

Рамномерно движење по кружница, линиска брзина, период и фреквенција

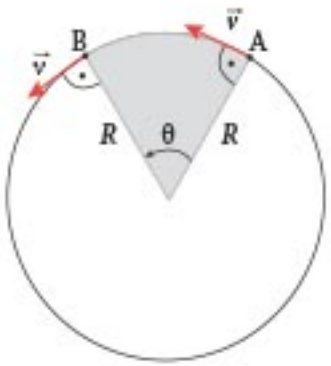
Во оваа лекција ќе се запознаеш со физичките величини и законите со кои се опишува движењето по кружница.

Брзината со која се движи гондолата на панорамското тркало по кружницата може да се пресмета ако се знае радиусот на тркалото и времето што е потребно гондолата да направи еден цел круг, наречено период на вртење или само период (T). Знаејќи го радиусот на кружницата го знаеме и периметарот на кружницата по која се движи гондолата ($2R\pi$). Брзината на движење на гондолата може да се пресмета преку изминатиот пат за едно завртување и времето потребно за тоа завртување, односно

$$v = \frac{2R\pi}{T}$$

Оваа брзина, со која се движи гондолата по кружница, се нарекува линиска брзина на гондолата.

Наједноставен вид на криволиниско движење е рамномерното движење по кружница.



▲ **Слика 2.** Векторот на брзината во секоја точка од кружницата ги менува својот правец и насока

Рамномерно движење по кружница е движење на тело по кружница со линиска брзина со постојана големина.

Како што знаеме, брзината е векторска величина, односно покрај своја големина има и правец и насока. Векторот на брзината на гондолата во секој момент има правец по тангентата на панорамското тркало. Ова значи дека правецот и насоката на векторот на брзината постојано се менуваат (слика 2).

Една од најважните карактеристики на ваквото движење е времето потребно на тркалото да направи едно цело завртување и да се врати во почетната положба. Ова време е наречено период.

Период (T) на тело кое се движи по кружница е времето потребно да се направи едно цело завртување.

Единица за период е секунда (s).

Ако на пример тркалото се движи 2 min и за тоа време направи едно цело завртување, неговиот период е 2 min.

Некои движења имаат многу пократок период, па затоа е подобро да се измери времето на повеќе цели завртувања. Така, периодот може да се пресмета ако е познато вкупното време (t) на движење по кружницата и бројот на завртувања (N) по кружницата за тоа време, односно:

$$T = \frac{t}{N}$$

Ако сме измериле дека за 12 min тркалото прави 8 завртувања, може да пресметаме дека периодот му е 1,5 min.

Кај движењето по кружница важно е да знаеме и колку завртувања се направени во единица време, па затоа дефинираме нова физичка величина, фреквенција.

Физичката величина која кажува колку завртувања се прават во единица време се нарекува фреквенција (f).

Фреквенцијата се пресметува со формулата

$$f = \frac{N}{t}$$

Може да се забележи дека постои врска помеѓу периодот и фреквенцијата. Ако бројот на завртувања е $N = 1$, тогаш времето на движењето станува еднакво на периодот. Тоа може да го запишеме како

$$f = \frac{1}{T}$$

Единица за фреквенција е секунда на минус прва (s^{-1}) или херц (Hz). Фреквенцијата е еден херц кога за време од 1s телото прави едно завртување по кружницата.

Решен пример 1:

Колкава е линиската брзина на врвот на минутната стрелка на часовникот ако нејзината должина е 1 cm?

Дадено:

Иако периодот на минутната стрелка на часовникот не е даден во текстот на примерот, знаеме дека на минутната стрелка ѝ е потребно 1 h да направи едно цело завртување. Оттаму периодот го сметаме за познат.

$l = 1\ \text{cm} = 10^{-2}\ \text{m}$; $T = 60\ \text{min} = 3600\ \text{s}$

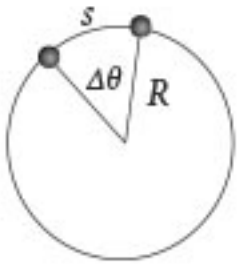
Се бара:

$v = ?$

Решение: $v = \frac{2R\pi}{T} = \frac{2l\pi}{T} = 0{,}17 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$



▲ **Слика 3.** Гондоли на панорамско тркало



▲ **Слика 4.** Изминатиот пат s и опишаниот агол $\Delta\theta$.

Агол на завртување и аголна брзина

Движејќи се по кружницата, гондолата (слика 3) за одредено време ќе измине одреден пат s. За тоа време, радиусот на тркалото кој е поврзан со гондолата во движење ќе опише одреден агол $\Delta\theta$, наречен **агол на завртување** (слика 4). Изминатиот пат s се пресметува како должина на кружен лак

$$s = \Delta\theta \cdot R$$

Единицата за агол на завртување е радијан (rad). Агол од 360° (цела кружница) одговара на агол од 2π rad. Според тоа,

$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} \approx 57^\circ \text{ и } 1^\circ = \frac{2\pi}{360^\circ} = 0{,}017 \text{ rad}$$

Величината што ја опишува промената на аголот на завртување во единица време се нарекува аголна брзина.

Аголна брзина (ω) е физичка величина која кажува колкав агол на завртување опишува некое тело во единица време.

Аголната брзина се пресметува со формулата

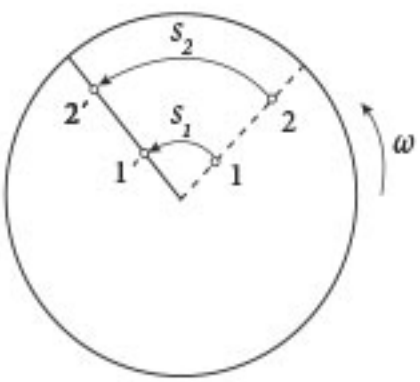
$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Каде што $\Delta\theta$ е аголот на завртување на телото за даденият временски интервал Δt.

Единица за аголна брзина е радијан во секунда (rad/s). Аголната брзина е 1 rad/s кога телото за време од 1 s се завртува за 1 rad.

Кога телото движејќи се по кружница ќе направи едно цело завртување, можеме да кажеме дека телото направило завртување од 2π радијани за време од еден период, при што за аголната брзина се добива

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$



▲ **Слика 5.** Диск кој ротира. На него се обележани две точки 1 и 2 во два момента во времето. По некој временски интервал, точките 1 и 2 се наоѓаат во положбите 1' и 2' соодветно

Ако во равенката за линиската брзина изразот $\frac{2\pi}{T}$ го замениме со аголната брзина, за линиската брзина може да се запише

$$v = \omega R$$

Оваа равенка ни кажува дека при иста аголна брзина, тела што се наоѓаат на различни растојанија од центарот ќе имаат различни линиски брзини. На пример, ако разгледаме диск кој ротира (слика 5). Точките блиску до центарот (точка 1) на дискот имаат иста аголна брзина како и оние блиску до работ (точка 2). Но, иако изминуваат еднаков агол на завртување, линискиот лак што го опишуваат е поголем за точките близу до работ ($s_2 > s_1$), па затоа тие имаат и поголема линиска брзина.

Решен пример 2:

Одреди ги аголните брзини на секундната, минутната и часовната стрелка на часовникот.

Дадено:

Повторно, иако периодите на секундната, минутната и часовната стрелка не се дадени во текстот, тие се сметаат за познати.

$T_s = 60\ \text{s}$

$T_{min} = 60\ \text{min} = 3600\ \text{s}$

$T_h = 12\ \text{h} = 43200\ \text{s}$

Се бара:

$\omega_s = ?$

$\omega_{min} = ?$

$\omega_h = ?$

Аголната брзина на сите стрелки од часовникот може да се пресмета со формулата:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

при што се добива:

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} = 0{,}105\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_{min} = \frac{2\pi}{T_{min}} = 0{,}174 \cdot 10^{-2}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_h = \frac{2\pi}{T_h} = 0{,}145 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Центрипетално забрзување

Но, зошто гондолата се движи по кружница?

Преку едноставна демонстрација ќе го најдеме одговорот на ова прашање.

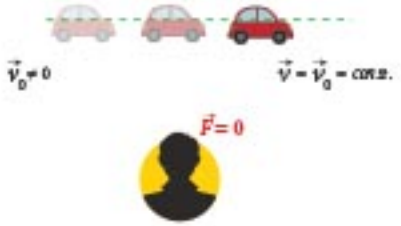
Ако една количка која мирува пред нас ја повлечеме со јаже, таа ќе се приближи кон нас по права линија (слика 6).

Од друга страна, ако количката се движи со брзина v по права линија и ние не ѝ дејствуваме со јажето, таа ќе продолжи да се движи праволиниски (слика 7).

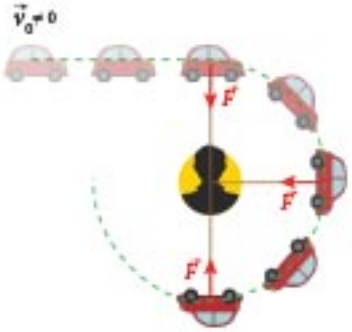
Но, ако количката се движи со брзина v и ние и дејствуваме со постојана сила, влечејќи ја кон нас, количката ќе почне да се движи по кружница со постојана по големина брзина (слика 8).



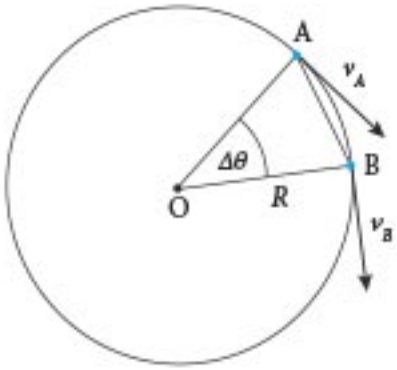
▲ **Слика 6.** Човек со помош на јаже придвижува количка која била во мирување.

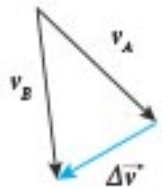


▲ **Слика 7.** Количката продолжува да се движи праволиниски ако не и дејствуваме со сила



▲ **Слика 8.** Количката се движи по кружница





▲ **Слика 9.** Промената на брзината $\Delta\vec{v}$ како резултат на промена на правецот и насоката на векторот на брзината

За да се промени насоката на движење на телото кое се движи со постојана брзина v мора да му дејствуваме со сила. Ако на телото му дејствуваме со постојана по големина сила, телото постојано ќе ја менува својата насока на движење, односно ќе почне да се движи по кружница. А од вториот Њутнов закон $\vec{F} = m\vec{a}$ знаеме дека под дејство на сила телото добива забрзување. Да видиме на што е еднакво ова забрзување.

При движење по кружница насоката на векторот на брзината цело време се менува. Иако количката цело време се движи со константна брзина, таа ќе добие забрзување поради промената на правецот и насоката на векторот на брзината (слика 9), која промена секогаш е насочена кон центарот на кружницата.

Забрзувањето што се јавува како резултат на промена на правецот и насоката на векторот на брзината се нарекува центрипетално забрзување.

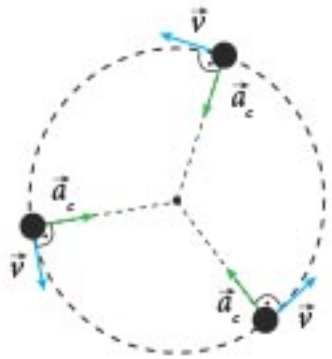
Истото е дадено со формулата:

$$\vec{a}_c = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Големината на центрипеталното забрзување се пресметува со формулата

$$a_c = \frac{v^2}{R},$$

каде што v е линиската брзина на телото кое се движи по кружница со радиус R. Неговата насока е еднаква со насоката на промената на брзината, односно секогаш е насочено кон центарот на кружницата (слика 10). Затоа е наречено и центрипетално забрзување.



▲ **Слика 10.** Центрипеталното забрзување во секоја точка од кружницата е насочено кон центарот на кружницата

Ако на местото на линиската брзина се запише равенката која ја дава врската помеѓу линиската и аголната брзина: $v = \omega R$, за центрипеталното забрзување се добива формулата

$$a_c = \omega^2 R$$

Дали можеш да одговориш што ќе се случи со количката и како ќе се движи количката, ако во еден момент се скине јажето со кое ја вртиме? Поради престанок на дејството на силата, во моментот на кинење на конецот количката ќе продолжи да се движи во насока на векторот на брзината што ја имала количката во таа точка (слика 11).



▲ **Слика 11.** Количката по кинење на конецот продолжува да се движи во насока на векторот на брзината во таа точка

Дали сега можеш да одговориш зошто гондолата се движи по кружница?

Решен пример 3.

Двајца другари се возат на еден ист рингишпил во луна парк. Количката во која се вози едниот е на растојание $r_1 = 2$ m од оската на ротација на рингишпилот, а количката во која се вози другиот е на растојание $r_2 = 5$ m. Пресметај го односот на линиските брзини и односот на центрипеталните забрзувања на двете колички.

Дадено е:

$r_1 = 2\,\text{m} \quad r_2 = 5\,\text{m} \quad \omega_1 = \omega_2 = \omega$

Се бара:

$\frac{v_1}{v_2} = ? \quad \frac{a_{c1}}{a_{c2}} = ?$

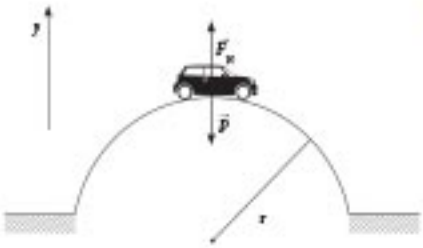
Решение:

Користејќи го изразот што ја дава зависноста на линиската и аголната брзина се запишува:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega r_1}{\omega r_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{2m}{5m} = \frac{2}{5}$$

Користејќи го изразот што ја дава зависноста на центрипеталното забрзување и аголната брзина се запишува:

$$\frac{a_{c1}}{a_{c2}} = \frac{\omega^2 r_1}{\omega^2 r_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{2m}{5m} = \frac{2}{5}$$



▲ **Слика 12.** Дијаграм на сили што му дејствуваат на автомобил кој се движи по полукружен мост

Решен пример 4:

Еден автомобил со маса $m = 1020\ \text{kg}$, поминувајќи по полукружен мост со радиус на $r = 20\ \text{m}$, се движи со константна брзина $v = 36\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Пресметај ја силата на нормална реакција на подлогата во моментот кога автомобилот се наоѓа на највисоката точка од мостот.

Дадено е:

$m = 1020\ \text{kg}$

$r = 20\ \text{m}$

$g = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$v = 36\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Се бара:

$F_N = ?$

Решение:

Се запишува равенката од Вториот Њутнов закон за случај кога автомобилот се наоѓа на највисоката точка од мостот.

$\vec{F}_N + \vec{P} = m\vec{a}_c$

Со проекција во однос на референтна оска се добива

$y\colon F_N - P = -ma_c \qquad F_N - P = -ma_c$

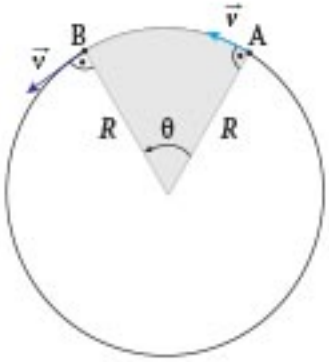
Имајќи ја предвид равенката $a_c = \frac{v^2}{r}$ се добива:

$F_N - mg = -m\frac{v^2}{r}$

Со решавање на равенката по F_R се добива:

$F_N = mg - m\frac{v^2}{r} = m\left(g - \frac{v^2}{r}\right)$

$F_N = 1020\ \text{kg} \cdot \left(9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} - \frac{\left(10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{20\ \text{m}}\right) = 4906{,}2\ \text{N}$



▲ **Слика 13.** Векторот на брзината се менува по големина, правец и насока

Тангенцијално забрзување и аголно забрзување

При тргнување на панорамското тркало, линиската брзина на движење на гондолата се менува (слика 13).

Ако се менува линиската брзина на движење, тогаш телото има тангенцијално забрзување. Интензитетот на тангенцијалното забрзување се пресметува со формулата

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

каде Δv е промената на линиската брзина на телото за даденият временски интервал Δt.

Насоката на векторот на тангенцијалното забрзување може да биде иста со насоката на векторот на брзината (кога брзината на телото се зголемува) (слика 14 а) и спротивна на насоката на векторот на брзината (кога брзината на телото се намалува) (слика 14 б).

Кога се менува интензитетот на линиската брзина на телото кое се движи по кружница, односно кога телото поседува тангенцијално забрзување, телото за еднакви временски интервали опишува различни агли. Ова ни кажува дека се менува и аголната брзина на телото, односно телото добива аголно забрзување.

Аголно забрзување е физичка величина која кажува за колку се менува аголната брзина во единица време.

Аголното забрзување се бележи со α и се пресметува со формулата

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

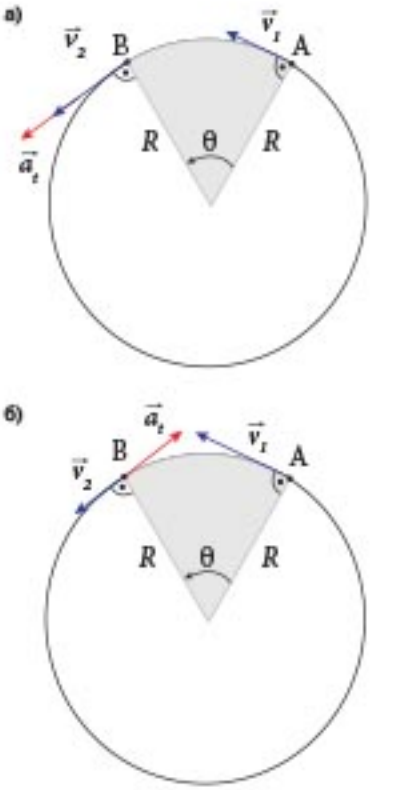
Единица за аголно забрзување е радијан во секунда на квадрат $(\frac{\text{rad}}{\text{s}^2})$. Аголното забрзување е $1\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$, кога телото за време од 1s ја менува својата аголна брзина за $1\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Аголното забрзување кај кружното движење е аналогна величина на забрзувањето кај праволиниското движење.

Врската која постои помеѓу тангенцијалното забрзување и аголното забрзување е дадена со релацијата

$$a_t = R\alpha$$

каде што R е радиус на кружницата по која се движи телото.



Слика 14. Насоката на векторот на тангенцијалното забрзување кога а) брзината на телото се зголемува, б) брзината на телото се намалува

Решен пример 5:

Момче со маса 50 kg се вози на панорамско тркало чиј радиус е 10 m, а времето на едно завртување е 100 s. Определи ја силата на нормална реакција која му дејствува на момчето во гондолата, кога момчето се наоѓа во:

а) најниската точка од тркалото

б) највисоката точка од тркалото

в) Знаејќи дека на панорамското тркало му е потребно едно цело завртување да ја постигне брзината со која ќе продолжи да се движи, определи ги аголното и тангенцијално забрзување.

Решение:

Дадено: $m = 50\ \text{kg}$ $T = 100\ \text{s}$ $R = 10\ \text{m}$

Се бара:

а) $F_{N1} = ?$

б) $F_{N2} = 2?$

в) $a_t = ?$

$\alpha = ?$



▲ **Слика 15.** Панорамско тркало со патници и силите што дејствуваат на патниците во најдолната и најгорната точка од тркалото.

Решение:

На момчето му дејствуваат Земјината тежа и силата на нормална реакција на подлогата, при што момчето добива центрипетално забрзување. Вториот Њутнов закон во векторска форма гласи

$$\vec{F}_N + \vec{P} = m\vec{a}_c$$

а) Во најниската точка на тркалото на момчето му дејствуваат Земјината тежа и силата на нормална реакција, при што центрипеталното забрзување што го добива момчето под дејство на овие сили е насочено кон центарот на тркалото, односно вертикално нагоре (слика 15).

Вториот Њутнов закон во првиот случај гласи:

$$F_N - P = ma_c$$

Од каде што за силата на нормална реакција на подлогата се добива

$$F_N = ma_c + P = m\frac{v^2}{R} + mg = m\left(\frac{v^2}{R} + g\right)$$

каде што $v = \frac{2R\pi}{T} = 0,628\ \text{m/s}$

И за силата на реакција на подлогата се добива $F_N = 492,5\ \text{N}$.

б) И во највисоката точка на момчето му дејствуваат истите сили, само што сега центрипеталното забрзување што го добива момчето е насочено вертикално надолу (слика 15).

Вториот Њутнов закон за овој случај гласи:

$$P - F_N = ma_c$$

Од каде што за силата на нормална реакција на подлогата се добива:

$$F_N = P - ma_c = mg - m\frac{v^2}{R} = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right)$$

Од каде што за силата на нормална реакција на подлогата се добива $F_N = 488,5\ \text{N}$

в) Знаејќи дека $\omega_0 = 0$
и дека на панорамското тркало му е потребно едно цело завртување да ја постигне брзината со која ќе продолжи да се движи, може да се запише:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 0,0628 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Од каде што за аголното забрзување се добива:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{T} = \frac{\omega}{T} = 0,00628 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

А, за тангенцијалното забрзување се добива:

$$a_t = R\alpha = 0,0628 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ако сакаш да знаеш повеќе

Со која брзина се движиме кога „стоиме во место"?

Иако ние не чувствуваме, дури и кога мируваме на Земјата, се движиме со огромна брзина низ вселената (слика 16). Ова се случува поради повеќе нивоа на кружни движења:

- Земјата орбитира околу Сонцето.
- Сонцето орбитира околу центарот на Млечниот Пат.
- Целиот Млечен Пат се движи низ Универзумот (овде ќе се фокусираме само на првите две).



▲ **Слика 16.** Движење на Сончевиот систем околу центарот на галаксијата.

Движење на планетите околу Сонцето

Земјата орбитира околу Сонцето со просечна линиска брзина од ≈ 29 800 m/s (~107 000 km/h). Во табелата 1 подолу се прикажани податоци и за другите планети:

Планета	Растојание до Сонцето (10^6 km)	Период (денови)	Аголна брзина (rad/s)	Линиска брзина (m/s)	Центрипетално забрзување (m/s^2)
Меркур	57,9	88	$8,26 \cdot 10^{-7}$	47 848	$3,95 \cdot 10^{-2}$
Венера	108,2	224,7	$3,24 \cdot 10^{-7}$	35 018	$1,13 \cdot 10^{-2}$
Земја	149,6	365.25	$1,99 \cdot 10^{-7}$	**29 786**	$5,93 \cdot 10^{-2}$
Марс	228	687	$1,06 \cdot 10^{-7}$	24 135	$2,55 \cdot 10^{-2}$
Јупитер	778,3	4331	$1,68 \cdot 10^{-8}$	13 068	$2,19 \cdot 10^{-2}$
Сатурн	1432	10747	$6,77 \cdot 10^{-9}$	9 690	$6,56 \cdot 10^{-2}$
Уран	2867	30589	$2,38 \cdot 10^{-9}$	6 816	$1,62 \cdot 10^{-2}$
Нептун	4515	59800	$1,22 \cdot 10^{-9}$	5 490	$6,68 \cdot 10^{-2}$

Табела 1. Некои основни податоци за планетите во Сончевиот систем. Извор NASA

Движење на Сонцето низ галаксијата

Нашето Сонце, а со тоа и ние, орбитира околу центарот на Млечниот Пат со брзина од 233 000 m/s (~792 000 km/h). Тоа е 7 пати побрзо од орбитирањето на Земјата околу Сонцето!

Во табелата 2 се прикажани податоци за ѕвезди на различни растојанија од центарот на галаксијата:

Објект	Растојание (kpc)	Растојание (10^{16} km)	Аголна брзина (rad/s)	Линиска брзина (m/s)	Центрипетално забрзување (m/s²)
Централна ѕвезда	0,1	0,31	$3{,}54 \cdot 10^{-14}$	110 000	$3{,}90 \cdot 10^{-4}$
Сонце	8	24,7	$9{,}46 \cdot 10^{-16}$	**233 000**	$2{,}20 \cdot 10^{-7}$
Ѕвезда при работ на галаксијата	15	46,3	$4{,}75 \cdot 10^{-16}$	220 000	$1{,}05 \cdot 10^{-7}$

Можеби забележавте дека Сонцето се движи со поголема линиска брзина отколку ѕвездите во близина на работ на галаксијата. Всушност, линиската брзина на ѕвездите во галаксијата се зголемува од центарот на галаксијата до околу 8 kpc, по што останува приближно константна. Ова е карактеристично за спиралните галаксии и укажува на присуство на темна материја.

Колку брзо се движиме?

Ако ги собереме само двете главни брзини:

- Брзина на Земјата околу Сонцето: ~29 800 m/s
- Брзина на Сонцето околу центарот на галаксијата: ~233 000 m/s

Вкупна брзина на Земјата низ вселената: ~260 000 m/s

Тоа се 900 000 km/h, и тоа додека „мируваме"!

Прашања и задачи:

1. Кога телото ќе има фреквенција од $1\,\text{Hz}$?
2. Што е период и во која мерна единица се изразува?
3. Од кои физички величини зависи центрипеталното забрзување на телото?
4. Дали движењето на врвот на стрелката од часовникот може да се смета како рамномерно движење по кружница? Објасни.
5. Објасни, благодарение на која сила еден автомобил се движи по полукружна патека. Што се случува ако на патот има мраз? Објасни.
6. Болидот на ферари влегувајќи во еден остар свиок константно ја менува својата брзина. Објасни во кој дел од свиокот силата на триење ќе биде најголема. (Во објаснувањето користи ги величините брзина и радиус на кривина).
7. Минутната стрелка на познатиот Биг-бен часовник е долга $l = 4,3\,\text{m}$. Пресметај ја линиската брзина на врвот од стрелката. Колкава е аголната брзина на стрелката?
8. Периодот на ротација на јупитеровиот сателит Јо изнесува $T = 2$ дена и $1,8\,\text{h}$. Да сметаме дека сателитот изведува рамномерно кружно движење со радиус на кружницата $r = 421\,700\,\text{km}$. Пресметај ја линиската и аголната брзина на сателитот.
9. Еден автомобил со маса $m = 1,2\,\text{t}$ влегува во полукружна кривина и притоа се движи со константна брзина од $v = 8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Радиусот на кривината изнесува $r = 20\,\text{cm}$. Пресметај ја силата на триење како и коефициентот на триење што се јавува помеѓу асфалтот и гумите.
10. По вдлабнат мост, со радиус на кривина $R = 120\,\text{m}$, се движи камион со маса $m = 2\,\text{t}$ со брзина од $v = 35\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Со колкава сила дејствува камионот на мостот кога поминува на средината на мостот?



▲ Часовникот Биг-бен



▲ Месечина

2.9 Гравитација

Кога јаболкото ќе се откине од јаболкницата, тоа почнува да паѓа вертикално надолу, така што неговата брзина се зголемува, односно јаболкото се движи забрзано. Според вториот Њутнов закон, телото се движи забрзано кога на него дејствува некоја сила во насока на забрзувањето. Оваа сила, како што веќе е учено, е Земјината тежа.

Истото важи и за Месечината, која се движи по кружна траекторија околу Земјата. Таа добива центрипетално забрзување под влијание на сила што ја тера да се движи по кружната орбита и не ѝ дозволува да се оддалечи по права линија.

Исак Њутн знаел дека и двете движења се условени од сила. Тој ги поврзал силата што го привлекува јаболкото кон Земјата и силата што ја „држи" Месечината во орбитата, претпоставувајќи дека станува збор за истата сила – **гравитација**, односно **гравитациона сила**.

Тој ја задал формулата за привлечната гравитациона сила.

Њутновиот закон за гравитационата кажува дека гравитационата сила со која едно тело привлекува друго зависи правопропорционално со производот на масите на двете тела и обратнопропорционално со квадратот на растојанието меѓу нив.

Со формула, тоа се запишува:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

каде што m_1 и m_2 се масите на двете тела кои се привлекуваат, r е растојанието помеѓу нив, а γ е гравитационата константа. Вредноста на гравитационата константа е

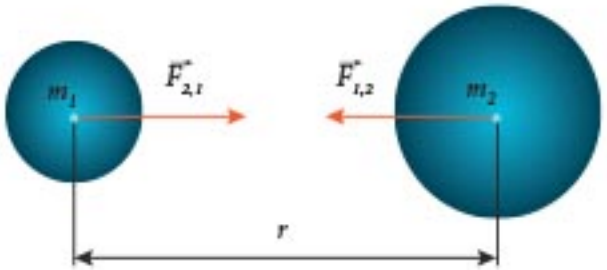
$$\gamma = 6,667 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$$

и истата експериментално ја одредил Кавендиш (Henry Cavendish), седумдесетина години по смртта на Исак Њутн.

Всушност, она што го нарекуваме „гравитациона сила" се две посебни сили, акција и реакција. Секоја од овие сили дејствува на едно од телата кои се гравитационо поврзани. Силите со кои си заемнодејствуваат (се привлекуваат) двете тела со маси m_1 и m_2, $\vec{F}_{1,2}$ и $\vec{F}_{2,1}$, според третиот Њутнов закон се еднакви.

Насоката на гравитационата сила секогаш е по оската која ги поврзува центрите на двете тела кои се привлекуваат (слика 1).

Поради малата вредност на гравитационата константа, оваа гравитациона сила многу тешко се забележува помеѓу две тела со мали маси m_1 и m_2 поставени на растојание r, но таа сепак постои.



▲ **Слика 1.** Гравитационо заемнодејство на две тела со маси m_1 и m_2

Затоа предметите кои ги гледаме околу нас личи дека не се привлекуваат едни со други.

Решен пример 1:

Колкава е гравитационата сила на две кутии од 1 kg поставени на растојание од 1 m?

Решение:

Дадено е:

$m_1 = m_2 = 1\ \text{kg}$

$r = 1\ \text{m}$

$\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

Се бара:

$\vec{F}_{2,1} = \vec{F}_{1,2} = F$

За да ја добиеме силата, директно заменуваме во Њутновиот закон за гравитација:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{1\text{kg} \cdot 1\text{kg}}{1\text{m}^2} = 6,67 \cdot 10^{-11}\text{N}$$

Очекувано, станува збор за екстремно мала сила. Оваа сила од , одговара на тежина на тело со маса од 7 нанограми (10^{-12} kg), што одговара на пример на крилце од комарец.

Решен пример 2:

Гравитационата сила помеѓу Земјата и Месечината (слика 2) изнесува $F_{зм} = 2 \cdot 10^{20}$ N. Масите на Земјата и Месечината се $m_з = 6 \cdot 10^{24}$ kg, $m_м = 7,3 \cdot 10^{22}$ kg Пресметај го нивното меѓусебно растојание.



▲ **Слика 2.** Земјата и нејзиниот природен сателит Месечината

Дадено е:

$$F_{zm} = 2 \cdot 10^{20}\ \text{N};\quad m_z = 6 \cdot 10^{24}\ \text{kg};\quad m_m = 7{,}3 \cdot 10^{22}\ \text{kg};\quad \gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

Се бара:

$r_{zm} = ?$

Решение:

Според Њутновиот закон за гравитација, за гравитационата сила помеѓу Земјата и Месечината запишуваме $F_{zm} = \gamma \frac{m_z \cdot m_m}{r_{zm}^2}$

Со решавање по r_{zm} се добива $r_{zm}^2 = \gamma \frac{m_z \cdot m_m}{F_{zm}}$, односно

$$r_{zm} = \sqrt{\gamma \frac{m_z \cdot m_m}{F_{zm}}} = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{6 \cdot 10^{24}\ \text{kg} \cdot 7{,}3 \cdot 10^{22}\ \text{kg}}{2 \cdot 10^{20}\ \text{N}}} = 3{,}8 \cdot 10^{8}\ \text{m}$$

Гравитационо забрзување

Да ја разгледаме силата со која Земјата заемнодејствува со некое тело во нејзината близина.

Во лекцијата Видови сили, рековме дека Земјината тежа е силата со која Земјата ги привлекува телата кои се наоѓаат во нејзината близина и се пресметува со формулата

$$P = mg$$

каде што m е масата на телото, а g е гравитационото забрзување.

Земјата и телото во близина на нејзината површина ќе се привлекуваат со гравитациона сила искажана со Њутновиот закон за гравитација $F = \gamma \frac{mM}{R^2}$

Тука m е масата на телото во близина на Земјата, M е масата на Земјата и R е растојанието помеѓу центарот на Земјата и телото, кое во случајов може да го земеме дека е еднакво на радиусот на Земјата.

Во случајов гравитационата сила е Земјината тежа, односно може да се запише

$$mg = \gamma \frac{mM}{R^2}$$

Од каде што за гравитационото забрзување се добива

$$g = \gamma \frac{M}{R^2}$$

Ако за масата на Земјата се земе дека е $M = 5{,}28 \cdot 10^{24}$kg, а радиусот на Земјата

$R = 6{,}37 \cdot 10^6$ m, за Земјиното гравитационо забрзување се добива $g = 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Земјиното забрзување е забрзувањето кое го добиваат сите тела кои се движат само под дејство на Земјината гравитација во близина на површината на Земјата. Тоа е константно и има вредност 9,81 m/s².

Според формулата следува дека:

1. Гравитационото забрзување не зависи од масата на телото кое паѓа.
2. Во близина на Земјата гравитационото забрзување не е константно и се намалува со зголемување на висината h на која се наоѓа телото во однос на површината на Земјата по формулата

$$g = \gamma \frac{M}{(R+h)^2}$$

3. Гравитационото забрзување зависи од масата и радиусот на планетата која го создава, и затоа за секоја планета ова забрзување има различна вредност.

Решен пример 3:

На кое растојание h во однос на Земјината површина треба да биде подигнато тело за да неговото гравитационо забрзување се намали за 1,2 пати. Радиусот на Земјата изнесува $R = 6400$ km, а за масата на Земјата да се земе $m_z = 6 \cdot 10^{24}$ kg.

Дадено е:

$\frac{g_0}{g} = 1{,}2$

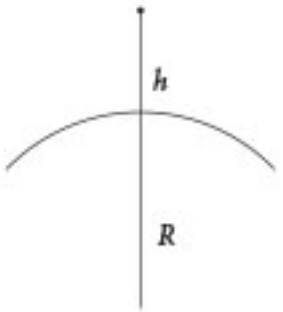
$m_z = 6 \cdot 10^{24}$ kg

$R = 6400$ km $= 64 \cdot 10^5$m

$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

Се бара:

$h = ?$



Слика 4. Тело на висина h во однос на Земјата

Решение:

Имајќи го предвид Њутновиот закон за гравитација, како и тоа дека силата на Земјината тежа е всушност гравитационата сила помеѓу Земјата и даденото тело, се запишуваат равенките за двата случаи $P = F_g$ и $P_h = F_{gh}$, односно

$$mg_h = \gamma \frac{m_z m}{(R_z + h)^2}$$

$$mg = \gamma \frac{m_z m}{R_z^2}$$

Со делење на последните две равенки се добива $\frac{mg}{mg_h} = \frac{\gamma \frac{m_z m}{(R_z + h)^2}}{\gamma \frac{m_z m}{R_z^2}}$, $\frac{g}{g_h} = \frac{R_z^2}{(R_z + h)^2}$,

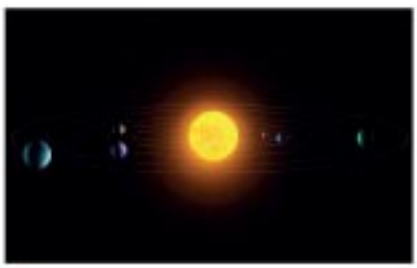
$$\frac{1}{1,2} = \frac{R_z^2}{(R_z + h)^2}$$

За да се изгубат квадратите, се коренуваат и двете страни на равенката

$\sqrt{\frac{1}{1,2}} = \sqrt{\frac{R_z^2}{(R_z + h)^2}}$ $\sqrt{\frac{1}{1,2}} = \frac{R_z}{R_z + h}$, од каде што со накрсно множење се

запишува $R_z + h = \sqrt{1,2} R_z$; $h = \sqrt{1,2} R_z - R_z$

$h = R_z \left(\sqrt{1,2} - 1\right) = 0,095 R_z = 6,08 \cdot 10^5$ m



▲ **Слика 5.** Движење на планетите околу Сонцето

Движење на планетите во Сончевиот Систем

I) Брзина на движење на планетите

Гравитационата сила што се јавува помеѓу Сонцето и Земјата е дадена со формулата:

$$F = \gamma \frac{M_s M_z}{r^2}$$

каде што M_s и M_z се масите на Сонцето и Земјата соодветно, а r е растојанието помеѓу нивните центри. Под дејство на оваа гравитациона сила Земјата се движи по елиптична патека, која поради нивото на познавање на математика, ќе ја сметаме за кружна патека (слика 5). Под дејство на гравитационата сила, Земјата добива центрипетално забрзување кое се пресметува со формулата:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Од друга страна, силата која ѝ го дава ова забрзување, според вториот Њутнов закон може да се прикаже со формулата:

$$F = M_з a_ц \text{ или } F = M_з \frac{v^2}{r}$$

Ако овие две равенки се изедначат, затоа што станува збор за истата сила, може да се запише:

$$\gamma \frac{M_с M_з}{r^2} = M_з \frac{v^2}{r}$$

Односно, за брзината на движење на Земјата околу Сонцето се добива релацијата

$$v = \sqrt{\frac{\gamma M_с}{r}}$$

Брзината на движење може да се определи на истиот принцип за сите други планети.

Од формулата може да се заклучи дека брзината на движење на планетата зависи обратнопропорционално од квадратниот корен на растојанието, односно ако планетата се наоѓа подалеку во Сончевиот Систем таа ќе се движи со помала брзина.

II) Период на движење

Ако центрипеталното забрзување го претставиме преку формулата:

$$a_ц = \omega^2 R$$

и за аголната брзина ја замениме формулата која ја дава врската помеѓу аголната брзина и периодот на ротација на Земјата околу Сонцето:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Се добива релацијата:

$$\gamma \frac{M_с M_з}{r^2} = M_з (\frac{2\pi}{T})^2 r$$

Од каде што за периодот на ротација на Земјата се добива:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{\gamma M_с}}$$

За сите други планети, периодот на ротација околу Сонцето може да се определи на истиот принцип и од формулата може да се заклучи дека периодот на ротација на планетата зависи правопропорционално од квадратниот корен на третиот степен на растојанието, или може да се каже, ако планетата се наоѓа подалеку во Сончевиот Систем, таа ќе има помал период на ротација.

Гравитационо поле и јачина на гравитационо поле

Кога учевме за сили и нивното заемнодејство кажавме дека заемнодејството на телата може да биде контактно и бесконтактно. Гравитационото заемнодејство меѓу телата е

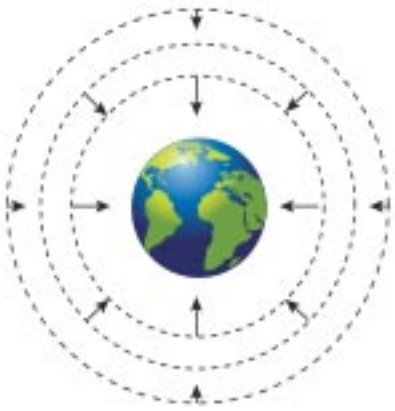
бесконтактно, односно две тела со маси m_1 и m_2 си заемнодејствуваат, иако се наоѓаат на некое меѓусебно растојание и не се во контакт. Уште од времето на Њутн, физичарите и филозофите се обидувале да објаснат како едно тело со маса може да осети присуство на друго тело на кое се наоѓа на одредено растојание, без да има директен контакт меѓу нив. Во 19. век, за да се објасни ова заемнодејство, се развива идејата на поле. Според оваа идеја, секое тело со маса создава гравитационо поле во просторот околу себе, преку кое се остварува заемнодејството со друго тело.

Од иста причина си заемнодејствуваат и две наелектризирани тела поставени на одредено растојание, но ова поле што се создава околу наелектризираните тела се нарекува електрично поле. Знаеме дека електричните сили со кои си заемнодејствуваат телата, можат да бидат привлечни и одбивни.

Ова ни кажува дека просторот околу нас не е празен, туку исполнет со гравитациони, електромагнени и други полиња кои покрај својата големина имаат и своја насока.

Во современата физика, физичките полиња претставуваат облик на постоењето на материјата со помош на кој телата си заемнодејствуваат. За определување на гравитационото поле (големината и насоката) се воведува физичката величина **јачина на гравитационото поле.**

Јачината на гравитационото поле ($\vec{G}$) во некоја точка е еднаква на силата со која полето ќе дејствува на тело со маса m поставено во таа точка.



▲ **Слика 6.** Насока и големина на векторот на јачината на гравитационото поле

Со формула, тоа се запишува како:

$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Јачината на гравитационото поле е векторска величина и има правец и насока како и гравитационата сила. Ако во равенката за јачина на гравитационото поле се замени равенката за гравитационата сила со која Земјата го привлекува телото со маса m, ќе се добие

$$G = \gamma \frac{M_z}{r^2}$$

Јачината на гравитационото поле на Земјата зависи правопропорционално од масата на Земјата (во општ случај масата на телото што го создава полето) и обратно пропорционално од квадратот на растојанието од центарот на Земјата до телото (слика 6).

Ако ја споредиме формулата за јачината на гравитационото поле со формулата за гравитационото забрзување во гравитационото поле на Земјата, ќе видиме дека овие две физички величини имаат иста вредност, но не станува збор за иста физичка величина. Јачината на гравитационото поле се однесува на полето, а гравитационото забрзување се однесува на телото кое се наоѓа во полето (забрзувањето што го добива телото во полето).

Единица за јачина на гравитационото поле е 1 N/kg.

Ако сакаш да знаеш повеќе:

- Хипатија од Александрија

Хипатија од Александрија (околу 370 – 415 г.) била една од првите жени научници во историјата. Работела во Александрискиот музеј и библиотека, каде што предавала математика, физика и астрономија. Се интересирала за движењето на небесните тела и ја подобрила изработката на астролабот — антички инструмент за мерење на положбата на Сонцето и ѕвездите.

Иако во нејзино време сè уште се прифаќал геоцентричниот модел (дека Земјата е во центарот на вселената), Хипатија им помагала на своите ученици да ги разберат движењата на планетите и ѕвездите по кружни патеки, и користела геометрија и физика за да ги објасни.

Со тоа, таа придонела кон основите на науката за движење под влијание на гравитација, која подоцна ќе ја развијат Кеплер и Њутн.

- Кеплерови закони

Во почетокот на XVII век, германскиот астроном Јоханес Кеплер открил дека планетите не се движат по совршени кружници туку по елипси, при што Сонцето се наоѓа во една од фокусните точки на елипсата. Тој го анализирал движењето на планетите користејќи ги податоците од астрономот Тихо Брахе и успеал да ги формулира трите познати Кеплерови закони, кои и денес важат како основа на орбиталната механика:

- Прв Кеплеров закон (Закон за елиптична орбита): Планетите се движат по елиптични патеки, при што Сонцето се наоѓа во една од фокусните точки на елипсата.
- Втор Кеплеров закон (Закон за еднакви површини): Планетата, во текот на своето орбитално движење, опишува еднакви површини во еднакви временски интервали. Тоа значи дека планетата се движи побрзо кога е поблиску до Сонцето, а побавно кога е подалеку.
- Трет Кеплеров закон (Закон за периодот и растојанието): Квадратот на орбиталниот период на планетата е пропорционален на третиот степен од нејзиното средно растојание од Сонцето.

Ова е истата зависност што ја добивме со примена на Њутновите закони! Всушност, Њутн ги искористил заклучоците на Кеплер за да дојде до општата форма на законот за гравитација. Иако Кеплер го опишал движењето на планетите, Њутн бил тој кој ја објаснил оваа појава.

- Ајнштајн и општата релативност

Иако Њутновата теорија за гравитацијата одлично ги објаснува движењата на планетите, со прецизни мерења почнаа да се појавуваат мали отстапувања – особено кај орбитата на Меркур.

Во 1915 година, Алберт Ајнштајн ја објави општата теорија на релативност, која го замени Њутновото разбирање на гравитацијата. Според Ајнштајн, гравитацијата не е сила, туку искривување на просторот и времето предизвикано од маса и енергија.

Планетите се движат по „најдиректниот пат“ во таа искривена геометрија, слично на топка што се тркала по вдлабната површина.

Оваа теорија точно ги објаснува сите познати гравитациони појави и е основа за разбирањето на црните дупки, гравитационите бранови и ширењето на вселената, но има многу комплицирани математички апарати кои се неопходни за да се дојде до решението. Затоа, за повеќето практични примени, Њутновиот закон за гравитација сè уште се користи и дава доволно точни резултати.

- Квантни сензори за гравитациони мерења

NASA развива прв квантен сензор за мерење на гравитацијата. Овој напреден инструмент, поддржан од Earth Science Technology Office (ESTO), ќе овозможи мапирање на малите гравитациони разлики со голема точност. Научниците веруваат дека ќе помогне во откривање на нафтени резерви, подземни води и други ресурси.

- Симулирање на микрогравитација на Земјата

Лабораторија на НАСА во Охајо овозможува експерименти во услови на микрогравитација, во траење од околу 5,18 секунди. Со слободен пад на телата во вакуумска комора, научниците истражуваат како гравитацијата влијае на процеси како согорување, движење на течности и биолошки реакции.

Прашања и задачи:

1. Спореди ги гравитационите сили помеѓу планетите Венера и Земја со Сонцето. Според кои параметри тоа можеш да го утврдиш и како?
2. Дали гравитационите забрзувања на Земјата и Месечината се исти? Направи споредба.
3. Гравитационата сила помеѓу Сонцето и планетата Нептун е $F_{sn} = 6,75 \cdot 10^{22}\ \text{N}$. Знаејќи дека средното растојание помеѓу нив изнесува $r_{sn} = 1277,42 \cdot 10^{6}\ \text{km}$, пресметај ја масата на Нептун.
4. На кое растојание мерено од површината на Земјата, гравитационото забрзување изнесува $g = 2\,\frac{m}{s^2}$? Радиусот на Земјата изнесува $R = 6400\ \text{km}$, а за масата на Земјата да се земе $m_z = 6 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$.
5. Масата на познатиот јупитеров сателит Европа изнесува $m_e = 4,8 \cdot 10^{22}\ \text{kg}$. Гравитационото забрзување кое би го имало тело подигнато на висина $h = 1000\ \text{km}$ над на површината, изнесува $g_e = 2\,\frac{m}{s^2}$. Пресметај го радиусот на сателитот Европа.
6. Орбиталниот период на Хабловиот телескоп изнесува $T_s = 96\ \text{min}$. Тој орбитира на висина $h = 555\ \text{km}$ над површината на Земјата. Пресметај ја средната линиска и средната аголна брзина на телескопот ($R = 6400\ \text{km}$).
7. Пресметај на која висина мерена од површината на Земјата, кружи сателит, ако неговиот орбитален период е $T = 120\ \text{min}$. Радиусот на Земјата изнесува $R = 6400\ \text{km}$, а за масата на Земјата да се земе $m_z = 6 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$.

8. Пресметај го односот на гравитационите сили со кои Сонцето и Јупитер би дејствувале на едно исто тело поставено на нивната површина. Вредностите за масите и радиусите се дадени како $m_J = 1898,6 \cdot 10^{24}\text{kg}$, $R_J = 70 \cdot 10^3\ \text{km}$, $m_s = 2 \cdot 10^{30}\ \text{kg}$, $R_S = 7 \cdot 10^5\ \text{km}$.

Резиме:

- Рамномерно движење по кружница е движење на тело по кружница со брзина со постојана големина.
- Период (T) на тело кое се движи по кружница е времето потребно да се направи едно цело завртување.
- Фреквенција (f) е број на завртувања во единица време или $f = \frac{N}{t}$.
- Линиската брзина на тело при рамномерно движење на кружница со радиус R е $v = \frac{2R\pi}{T}$.
- Аголна брзина (ω) е физичка величина која кажува колкав агол на завртување опишува некое тело во единица време или $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$.
- Единица за аголна брзина е радијан во секунда $(\frac{\text{rad}}{\text{s}^2})$.
- Врската помеѓу линиската и аголната брзина е дадена со формулата $v = \omega R$.
- Забрзувањето што се јавува како резултат на промена на правецот и насоката на векторот на брзината се нарекува центрипетално забрзување и се пресметува со формулата: $a_c = \frac{v^2}{R}$ или $a_c = \omega^2 R$.
- Аголно забрзување е физичка величина која кажува за колку се менува аголната брзина во единица време или: $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$.
- Единица за аголно забрзување е радијан во секунда на квадрат $(\frac{\text{rad}}{\text{s}^2})$.
- Врската помеѓу тангенцијалното забрзување и аголното забрзување е дадена со формулата: $a_t = R\alpha$.
- Њутновиот закон за гравитација кажува дека гравитационата сила со која едно тело привлекува друго зависи правопропорционално со производот на масите на двете тела и обратнопропорционално со квадратот на растојанието меѓу нив, односно: $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$
- Гравитационото забрзување се пресметува со формулата: $g = \gamma \frac{M}{R^2}$.
- Во близина на Земјата гравитационото забрзување не е константно и се намалува со зголемување на висината h на која се наоѓа телото во однос на површината на Земјата со формулата: $g = \gamma \frac{M}{(R+h)^2}$.
- Јачината на гравитационото поле ($\vec{G}$) во некоја точка е еднаква на силата со која полето ќе дејствува на тело со маса m поставено во таа точка.
- Единица за јачина на гравитационото поле е 1 N/kg.

2.10 Движење и состојба на тело во поле на Земјина тежа



▲ **Слика 1.** Стаклена цевка во која се пуштени да паѓаат метално топче и пердув.

Гравитационата сила со која Земјата ги привлекува телата секогаш е насочена кон нејзиниот центар на маса. Правецот, насоката и интензитетот на гравитационата сила, почетната брзина на исфрленото тело како и дополнителните сили кои му дејствуваат во полето на Земјината тежа, ја обликуваат траекторијата која ја опишува телото при своето движење.

Наједноставно е да се опишат и објаснат движењата на тела на кои им дејствува само гравитационата сила на Земјата.

Да го разгледаме примерот од слика 1.

Во левата цевка го гледаме она што ни е познато од секојдневието: пердувот паѓа со помало забрзување, бидејќи силата на отпорот на воздухот е поголема. Во десната цевка има вакуум. Бидејќи освен гравитациона сила нема други сили, пердувот и топчето ќе паднат истовремено. Забрзувањето на двата предмета е еднакво и има иста вредност. Очигледно е дека се работи за забрзување што силата на Земјината тежа им го дава на телата, а тоа е гравитационото Земјино забрзување. Овој експеримент се нарекува Галилеев експеримент, бидејќи Галилео наводно пуштал две тела со различни маси од врвот на Кривата кула во Пиза за да покаже дека обете тела паѓаат со исто забрзување.



▲ **Слика 2.** Пример на движења во гравитационо поле

Движењата што ќе ги разгледуваме понатаму се предизвикани исклучиво од гравитационото дејство и се одвиваат на растојанија кои се мали во однос на радиусот на Земјата, односно во близина на нејзината површина.

Замислете дека сте во циркус. Разнобојни светла, возбудлива музика и многу акробати кои изведуваат неверојатни точки. Едни од посетителите на циркуската претстава се Сара и

Дарис. Тие се воодушевени од сè што гледаат. Но, освен забавата, тие забележуваат нешто интересно, различни начини на кои телата се движат (слика 2). Жонглерот ја исфрла топката вертикално нагоре, а таа потоа слободно паѓа вертикално надолу. Стрелецот ја исфрла стрелата во хоризонтален правец, која опишува параболична патека. Кловнот, исфрлен од топот, прави кос истрел. Девојката која се движи во лифтот, видливо чувствува промени во својата тежина. Балонот од малиот кловн, додека издишува, се движи во насока спротивна од насоката на воздухот кој излегува од него. Сите овие движења имаат иста природа: гравитационото поле на Земјата. Да ги истражиме и опишеме овие движења.

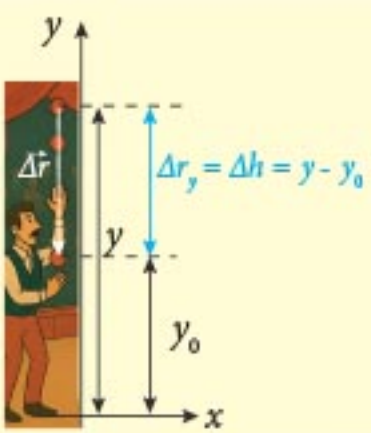
Слободно паѓање

Во една од акробатските точки (слика 2), жонглерот жонглира со две топки, исфрлајќи ги вертикално нагоре. Топките во еден момент застануваат и почнуваат слободно да се движат вертикално надолу. Причина за ваквото движење е гравитационата сила со која Земјата ги привлекува сите тела во нејзина близина.

Телата пуштени слободно да паѓаат, во гравитационото поле на Земјата, се движат рамномерно забрзано праволиниски, со забрзување еднакво на Земјиното гравитационо забрзување ($\vec{a} = \vec{g}$). Ваквото движење се нарекува **слободно паѓање.**

За да го разбереме подобро, слободното паѓање ќе го разгледаме преку пример 1

Пример 1:



▲ **Слика 3.** Жонглер. На оваа слика го разгледуваме движењето на топчето кое слободно паѓа од висина Δh.

Жонглерот го исфрла топчето вертикално нагоре, Тоа во еден момент застанува и продолжува да се движи вертикално надолу, односно слободно да паѓа. Дарис забележува дека патот што го поминува топчето, од моментот на застанување па до моментот кога повторно се враќа во раката на жонглерот, е отприлика $\Delta h = 1$ m. Знаејќи дека топчето паѓа со забрзување еднакво на гравитационото забрзување $a = g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$. Дарис сака да ја пресмета брзината на топчето со која се враќа во раката на жонглерот. Тоа може да го направи на следниот начин:

Се запишуваат почетните услови, односно познатите вредности за дадените физички величини

$v_o = 0$

$\Delta h = 1\text{m}$

$a = g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$v = ?$

Се запишуваат векторските равенки за брзината и поместувањето

$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{g}\,t$

$\Delta\vec{r} = \vec{v_o}\,t + \frac{\vec{g}\,t^2}{2}$

Слободното паѓање е вертикално движење. Затоа ја избираме вертикалната y оска од рамнинскиот координатен систем за да ги најдеме и запишеме соодветните проекции на векторските величини во однос на y оската.

Векторот на поместувањето е во спротивна насока во однос на y оската, па затоа неговата проекција е со предзнак минус

$y: v_y = v_{oy} + g_y\,t$

$y: y - y_0 = v_0\,t + \frac{g\,t^2}{2}$

$y: -\Delta r_y = v_{0y}\,t + \frac{g_y\,t^2}{2}$

Во равенките за v и Δh се внесува почетниот услов $v_0 = 0$, а времето t се изразува преку равенката за Δh

$y: v = v_o + g\,t$

$\Delta h = v_0\,t + \frac{g\,t^2}{2}$

$v = g\,t$

$\Delta h = \frac{g\,t^2}{2}$

$v = g\sqrt{\frac{2\Delta h}{g}}$

$v = 4{,}42\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$t^2 = \frac{2\Delta h}{g}$ $t = \sqrt{\frac{2\Delta h}{g}}$

Пад од голема височина

Кога се работи за пад на тело од големи височини, отпорот на средината, сепак не може да се занемари. Да разгледаме пад на тело од голема надморска височина низ атмосферата (слика 4).

Во текот на падот, на телото дејствуваат две сили: сила на Земјината тежа $\vec{P}$, насочена надолу, и силата на отпор од воздухот

$\vec{F}_{ot}$, насочена нагоре (слика 4). Во согласност со вториот Њутнов закон, ја запишуваме равенката

$$\vec{P} + \vec{F}_{ot} = m\vec{a}$$

За да преминеме од векторска во скаларна равенка, ќе направиме проекција на равенката во однос на произволно избрана y оска

$$y : P - F_{ot} = ma$$

Со замена на изразите за силата на Земјината тежа $P = mg$ и силата на отпор на воздухот $F_{ot} = cv^2$ се добива изразот

$$mg - cv^2 = ma$$

На почетокот на падот, брзината на телото е мала, па отпорот е занемарлив и движењето е приближно слободно паѓање. Но, со зголемување на брзината, расте и отпорот на воздухот. Во еден момент силата на отпор на воздухот ќе стане еднаква со Земјината тежа. Тоа значи дека збирот на силите кои му дејствуваат на телото е еднаков на нула.

$$mg - cv^2 = 0$$

Ако збирот на силите кои дејствуваат врз телото е нула, според Првиот Њутнов закон, телото или ќе мирува или ќе продолжи да се движи праволиниски со константна брзина. Во моментот кога ќе се изедначат силите на Земјината тежа и силата на отпор на воздухот, брзината на телото престанува да се зголемува. Тоа е всушност **максималната брзина** што ја добива телото.

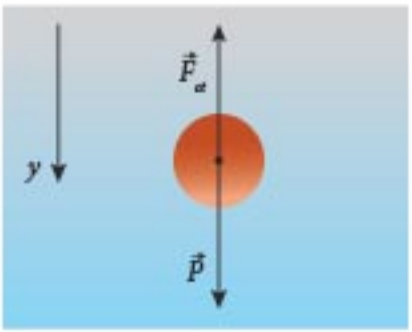
Со средување на претходната равенка, за брзината се добива:

$$cv^2 = mg$$

$$v^2 = \frac{mg}{c}$$

$$v = \sqrt{\frac{mg}{c}}$$

Од равенката се гледа дека максималната брзина зависи правопропорционално од квадратниот корен на масата на телото и гравитационото забрзување а обратнопропорционално од квадратниот корен на коефициентот на отпор. Тоа значи дека телата кои се изложени на поголема сила на отпор на воздухот имаат помала максимална брзина. Всушност, равенката за максимална брзина ни го дава одговорот на прашањето зошто телата пуштени од иста висина постигнуваат различни брзини, а со тоа и не паѓаат за исто



▲ **Слика 4.** Дијаграм на сили на тело што паѓа од голема височина низ атмосферата



▲ **Слика 5.** Падобранец пред да го отвори падобранот паѓа со огромна брзина, но забрзувањето му е нула.

време. Значи, тоа што го гледаме во секојдневието, дека едно тело паѓа побрзо од друго кога се пуштени од иста висина, е последица на влијанието на отпорот на воздухот. Како заклучок од сето ова досега запишано, следува дека тело со поголема маса и подобра аеродинамика (помал коефициент на отпор) има и поголема максимална брзина.

Карактеристичен пример за пад на тело од големи височини е падот на еден падобранец (слика 5).

Бесконечно е голем бројот на примери од природата кои се објаснуваат преку физичката теорија за движење на тела во гравитационото поле на Земјата.

- Капките дожд, поради гравитацијата, паѓаат вертикално надолу. Тие забрзуваат сè додека силата на отпорот на воздухот не се изедначи со гравитационата сила на Земјата.
- Лисјата се движат надолу поради гравитацијата, но поради нивната форма, доаѓа до израз и силата на отпор на воздухот, па лисјата како да танцуваат во воздухот.
- При вулкански ерупции, ситни честички пепел се исфрлаат високо во атмосферата и потоа слободно паѓаат назад кон Земјата.
- Кога метеор влегува во атмосферата на Земјата, тој започнува да паѓа поради гравитацијата, при што создава светлечка трага.

Активност (Експеримент): Пресметување на вредноста на Земјиното забрзување g

Цел на експеримент:

Да е пресмета вредноста на Земјиното забрзување со користење на дигитална технологија.

Потребен прибор:

Мобилен телефон, две топчиња (едното метално а другото пластично), линијар, компјутер со инсталирана бесплатна апликација Tracker (Tracker Video Analysis and Modeling Tool), која можеш да ја симнеш од официјалниот сајт:https://physlets.org/tracker. Апликацијата може да се користи и директно во прелистувачот (Chrome, Firefox, Safari, или Edge).

▲ Линк за апликацијата Tracker

Постапка:

- Кадарот подготви го така што ќе имаш некакво референтно тело — на пример линијар или некој познат предмет, за да можеш да ги определиш растојанијата на видеото. Заднината треба да биде во што е можно поголем контраст со топчињата, па ако тие се темни, таа треба да биде светла и обратно. Исто, не треба да има премногу други предмети кои ќе бидат видливи во кадарот.

- Земи мобилен телефон со добра камера и избери ја функцијата Slow Motion

- Стави го телефонот на сталак или стабилна површина, така што камерата ќе го опфати кадарот каде што ќе паѓаат топчињата.
- Пушти го прво металното топче слободно да паѓа. Внимавај да не му дадеш почетна брзина, туку само да го ослободиш од дланката. Сними повеќе видеа со истото топче. Потоа постапката повтори ја со пластичното топче и сними неколку видеа и со него.
- Со помош на апликацијата Tracker, анализирај ги движењата на топчињата. Апликацијата ќе ти овозможи добивање на слика на која за секоја положба на топчињата, ќе ти бидат запишани временските моменти.
- Измери ги растојанијата помеѓу пет соседни положби како и соодветните временски интервали
- Направи табела во која ќе ги внесеш измерените вредности за растојанијата и времињата за кои се направени тие растојанија.
- Направи график на зависност на $h = h\left(\frac{t^2}{2}\right)$ (висината како функција од една половина од квадратот на времето) и од графикот пресметај ја вредноста на гравитационото забрзување за двете топчиња.
- Спореди ги и анализирај добиените вредности за гравитационото забрзување за двете топчиња.

Размислувај како научник

Дали се сеќаваш на Марко кој спроведе научно истражување на кое одреди како зависи времето на паѓање на топчето од висината од која паѓа топчето? Сега тебе ти останува да дизајнираш и да спроведеш истражување за тоа како масата на телата влијае на времето на паѓање на телата.

Да се потсетиме кои се чекорите кои треба да ги спроведеш:

Чекор 1: Обезбеди фер тест со правилно одредување на независните, зависните и контролните променливи.

Чекор 2: Постави хипотеза.

Чекор 3: Изработи план за експеримент и изведи го експериментот

Чекор 4: Обработи ги податоците.

Чекор 5: Интерпретирај ги резултатите и потврди ја или отфрли ја хипотезата.

Вертикален истрел

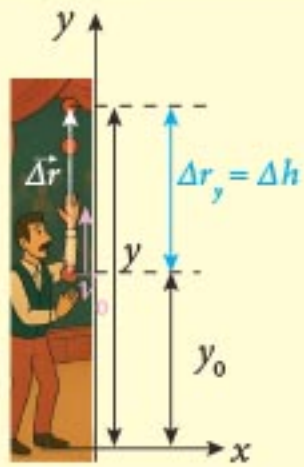
Во акробатската точка на жонглерот (слика 6), тој за да ги исфрли топките вертикално нагоре, мора да им соопшти почетна брзина. Лесно се забележува дека топчињата забававуваат сè до моментот

во кој ќе застанат. Причина за ваквото движење е гравитационото привлечно дејство на Земјата.

Телата исфрлени вертикално нагоре со почетна брзина во гравитационото поле на Земјата се движат рамномерно забавено праволиниски, со забрзување еднакво на Земјино забрзување. $\vec{a} = \vec{g}$. **Ваквото движење се нарекува вертикален истрел.**

Да разгледаме пример задача поврзана со жонглерот кој го исфрла топчето вертикално нагоре.

Пример 2:



▲ **Слика 6.** Жонглер. На оваа слика го разгледуваме движењето на топчето кое жонглерот го исфрла нагоре.

Жонглерот го исфрла топчето вертикално нагоре. Тоа во еден момент застанува и продолжува да се движи вертикално надолу. Сара забележува дека патот што го поминува топчето, од моментот на исфрлање па до моментот кога застанува, е отприлика $\Delta h = 1$ m. Знаејќи дека топчето прави рамномерно забавено движење со забрзување еднакво на гравитационото забрзување $a = g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$, Сара сака да ја пресмета почетната брзина со која е исфрлено топчето. Тоа може да го направи на следниот начин:

Се запишуваат почетните услови, односно познатите вредности за дадените физички величини

$$v = 0\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta h = 1\text{m}$$

$$a = g = 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_0 = ?$$

Се запишуваат векторските равенки за брзината и поместувањето

$$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{g}\,t$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{v_o}\,t + \frac{\vec{g}\,t^2}{2}$$

Вертикален истрел е вертикално движење. Затоа се избира вертикалната y оска од рамнинскиот координатен систем за да се најдат и запишат соодветните проекции на векторските величини во однос на y оската.

$y: v_y = v_{oy} - g_y t$

$y: \Delta r_y = v_{0y} t - \frac{g_y t^2}{2}$

Векторите на почетната брзина и гравитационото забрзување се во спротивна насока во однос на y оската, па затоа се става предзнак минус

$y: v = v_o - g t$

$y: y - y_0 = v_0 t - \frac{g t^2}{2}$

Во равенката за v се внесува почетниот услов. Се заменува изразот за почетната брзина v_0 во изразот за Δh и се добива равенка за времето t. Со новодобиената равенка за t се заменува во изразот за v_0

$v_0 = gt$

$\Delta h = v_0 t - \frac{g t^2}{2}$

$0 = v_0 - gt$

$\Delta h = g t^2 - \frac{g t^2}{2}$

$\Delta h = \frac{g t^2}{2}$

$v_0 = 4,42 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v_0 = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2hg}$

$t^2 = \frac{2h}{g}$

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Еве неколку интересни појави во природата кои се објаснуваат со теоријата за вертикален истрел:

- При вулканска ерупција, пепелта и гасовите се исфрлаат вертикално нагоре сè додека поради гравитацијата не застанат, а потоа паѓаат назад на Земјата. Преку максималната висина на исфрлените пепел и гасови може да се одреди ширењето на вулканскиот облак. Тоа е многу важно во прогнозирањето на опасностите врз авионскиот сообраќај и здравјето на луѓето.
- Некои растенија (како балон-тревата) ги исфрлаат своите семки нагоре кога нивната таканаречена капсула ќе пукне. Пресметувањето на максималната висина, како и брзината со која паѓаат семките, објаснува како се распространуваат семките и колку се оштетуваат при самиот пад.



▲ **Слика 7.** Балон-трева (Silene vulgaris). Пример за растение кое изведува вертикален истрел.

Хоризонтален истрел

Во една од поатрактивните точки во циркуската претстава (слика 8), стрелецот ја исфрла стрелата во хоризонтален правец со почетна брзина. Поради гравитационата сила, која го влече телото вертикално надолу стрелата видливо прави параболично движење.

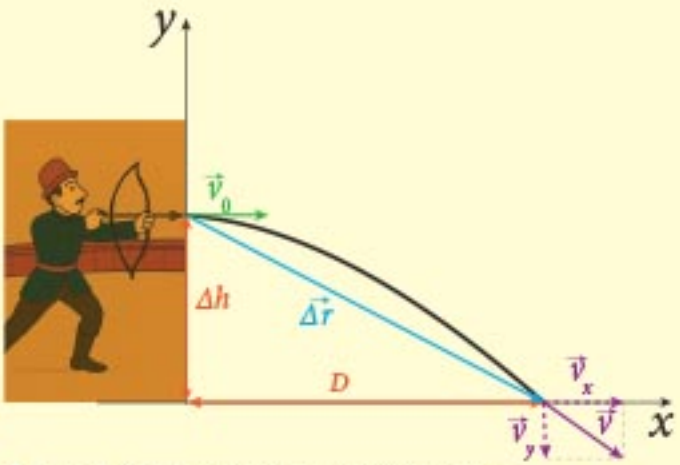
> Тело подигнато на одредена висина и исфрлено со почетна брзина во хоризонтален правец, во гравитационото поле на Земјата, прави криволиниско движење. Ваквото движење се нарекува хоризонтален истрел.

Дарис, со будно око, го следи не само движењето на стрелата, туку и нејзините сенки. На подот, под светлото на рефлекторот, сенката на стрелата се движи рамномерно праволиниски. А пак, на еден вертикално поставен панел, сенката се спушта сè побрзо и побрзо, како да е во слободен пад. Што всушност гледа Дарис? Тој, без да е свесен, го набљудува движењето на стрелата, разложено на две компоненти:

- Хоризонталното движење каде што стрелата се движи рамномерно праволиниски со постојана брзина. Ова движење го прикажува сенката на подот.
- Вертикалното движење, во кое стрелата се движи рамномерно забрзано под дејство на гравитацијата, односно е во слободен пад. Ова го гледаме преку сенката на вертикалниот панел.

Ваквото разложување на хоризонталниот истрел на две попрости движења ќе го примениме во следниот пример.

Пример 3:



▲ **Слика 8.** Стрелец исфрла стрела во хоризонталната насока, така што таа изведува хоризонтален истрел.

Стрелецот ја исфрла стрелата во хоризонтален правец и ја погодува метата поставена на самиот под во салата од циркусот. Дарис, знаејќи го растојанието помеѓу стрелецот и метата, односно дометот $D = 60$ m и под претпоставка дека стрелата е исфрлена од висина $h = 1{,}60$ m, Дарис сака да ја пресмета почетната брзина на исфрлање на стрелата.

Се запишуваат почетните услови, односно познатите вредности за дадените физички величини

$D = 60\,\text{m}$

$h = 1{,}60\,\text{m}$

$g = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$v_0 = ?$

$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{g}\,t$ — Се запишуваат векторските равенки за брзината и поместувањето — $\Delta\vec{r} = \vec{v_o}\,t + \frac{\vec{g}\,t^2}{2}$

$x:\ v_x = v_{ox} + g_x\,t$

$y:\ v_y = v_{oy} - g_y\,t$

Хоризонталниот истрел е криволиниско движење. Правецот на стрелата кај ваквото движење се менува и по x и по y оската. Затоа се прави проекција на векторските величини во однос на двете оски.

$x:\ \Delta r_x = v_{0x}\,t - \frac{g_x\,t^2}{2}$

$y:\ \Delta r_y = v_{0y}\,t - \frac{g_y\,t^2}{2}$

$x:\ v_x = v_o$

$y:\ -v_y = -g\,t\,/{-1}$

$y:\ v_y = g\,t$

Потсетување: Предзнакот на проекциите на векторите на брзината, гравитационото забрзување и поместувањето зависи од насоката на нивните вектори во однос на соодветните координатни оски.

$x:\ x - x_0 = v_0\,t$

$D = v_0 t$

$y:\ y_0 - y = \frac{g\,t^2}{2}$

$h = \frac{g\,t^2}{2}$

Со комбинирање на равенките за, дометот D (максималното поместување по x оската) и висината од која е исфрлена стрелата h се добива израз за почетната брзина v_o

$D = v_0 t \ \ ; t = \frac{D}{v_0}\ h = \frac{gt^2}{2}\ \ ; h = \frac{gD^2}{2v_0^2}$

$v_0^2 = \frac{gD^2}{2h}\ ; v_0 = \sqrt{\frac{gD^2}{2h}}$

$v_0 = \sqrt{\frac{9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot(60\text{m})^2}{2\cdot 1{,}60\text{m}}} = 105{,}1\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Хоризонталниот истрел е вид на движење со кое постојано се среќаваме околу нас. Еве неколку такви интересни примери

- Некои растенија поседуваат плод или капсула, таканаречена балистичка махуна, која, кога ќе созрее, експлозивно се отвора и ги исфрла семињата хоризонтално со голема брзина. Тоа е природен механизам за ширење на семињата (наречен балистичка дисперзија).
- Некои птици (на пример, орли) фрлаат школки или коски од височина додека летаат хоризонтално, за да ги скршат врз карпа. Школката излетува хоризонтално и паѓа – класичен хоризонтален истрел.
- Движењето на куршумите, исфрлени од какво било огнено оружје, претставуваат типичен пример на хоризонтален истрел. Законите кои го опишуваат хоризонталниот истрел овозможуваат точно определување на траекторијата на куршумот. На тој начин може да се избегнат несакани последици.

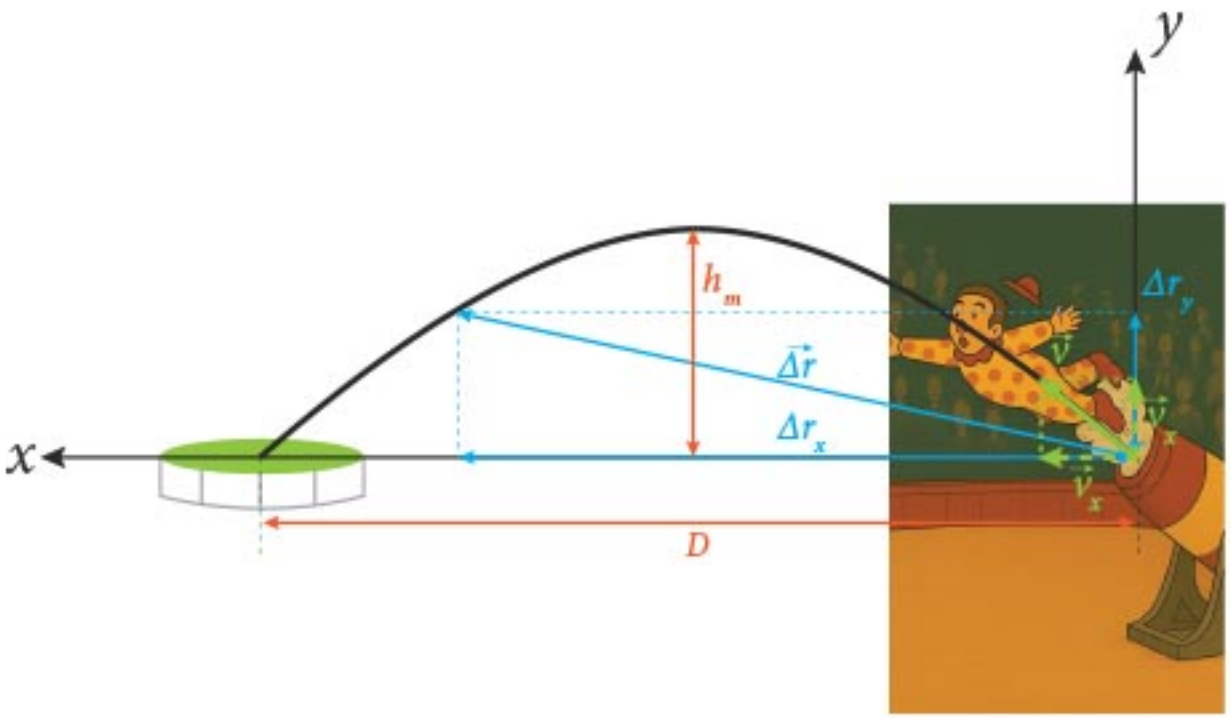
Познавањето на хоризонталниот и косиот истрел, како и останатите карактеристични механички движења во полето на силата на Земјината тежа е клучно за безбедно управување со возилото и избегнување на опасни ситуации во сообраќајот. Така, на пример, при судир, патниците не се движат директно напред, туку најчесто, опишувајќи параболична патека. Со таа цел, воздушните перничиња се поставени на стратешки места за да ги заштитат возачите. При судир на возилото со други возила или, пак, со некое животно, возилото може да излета од патот и да ја промени траекторијата. Разбирањето на траекториите помага при планирање на маневри за избегнување препреки.

Ако сакаш да знаеш повеќе:

- Во акробатската точка со топот (слика 9), кловнот се исфрла под агол во однос на Земјината површина и притоа прави параболично движење, движејќи се надолу, сè до моментот кога кловнот паѓа на душекот.
- Криволиниското движење во гравитациското поле на Земјата, каде што телото е исфрлено под даден агол во однос на Земјината површина, претставува кос истрел.

  На слика 9 е прикажан циркускиот топ од кој се исфрла кловнот под даден агол α. Ќе покажеме како

  може да се пресмета дометот на кловнот при дадена почетна брзина v_0 и даден агол на исфрлање α, како и аголот под кој треба да се исфрли кловнот за да дометот биде макасимален.



▲ **Слика 9.** Кловнот исфрлен од топот под некој агол извршува движење што се нарекува кос истрел.

Се запишуваат почетните услови, односно познатите вредности за дадените физички величини

v_0, α, g

$D = ?$ $\quad \alpha_{max} = ?$

$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{g}\,t$

Се запишуваат векторските равенки за брзината и поместувањето

$\Delta\vec{r} = \vec{v_o}\,t + \dfrac{\vec{g}\,t^2}{2}$

$x:\ v_x = v_{ox} + g_x\,t$

$y:\ v_y = v_{oy} - g_y\,t$

Косиот истрел е криволиниско движење. Правецот на кловнот кај ваквото движење се менува и по x и по y оската. Затоа се прави проекција на векторските величини во однос на двете оски.

$x:\ \Delta r_x = v_{0x}\,t - \dfrac{g_x\,t^2}{2}$

$y:\ \Delta r_y = v_{0y}\,t - \dfrac{g_y\,t^2}{2}$

$x:\ v_x = v_o \cos\alpha$

$y: v_y = v_o \cos\alpha - gt$

Гравитационото забрзување е со насока вертикално надолу, што значи има проекција само во однос на y оската $g_x = 0, g_y = g$

$x: \Delta r_x = v_0 \cos\alpha\, t$

$y: \Delta r_y = v_0 \sin\alpha\, t - \dfrac{g\,t^2}{2}$

Во моментот кога кловнот ќе падне на целта (воздушен душек) поместувањето по x оската ќе биде еднакво на дометот D, а поместувањето Δr_y еднакво на нула

$$\Delta r_x = D,\ \Delta r_y = 0$$

$$D = v_0 \cos\alpha\, t$$

$$0 = v_0 \sin\alpha\, t - \frac{g\,t^2}{2}$$

Од равенката за поместувањето по у оската, се изразува времето t и се заменува во равенката за D.

За поедноставна анализа на равенката за дометот D, се користи тригонометриската трансформација $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

$$\frac{g\,t^2}{2} = v_0 \sin\alpha\, t\,;\ \frac{g\,t}{2} = v_0 \sin\alpha$$

$$t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$$

$$D = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g}$$

$$D = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Дометот ќе биде најголем кога синусната функција ќе има максимална вредност, а тоа е 1

$$\sin 2\alpha = 1$$

За да се добие аголот при кој дометот е максимален се користи инверзната функција arcsin

$$2\alpha = \arcsin 1$$

$$2\alpha = 90^0$$

$$\alpha_{max} = \frac{90^0}{2} = 45^0$$



▲ **Слика 10.** Летечки риби кои изведуваат кос истрел

Косиот истрел е движење кое многу често се случува околу нас. Еве неколку интересни примери од природата

- Летечки риби (семејство Exocoetidae) се група морски риби познати по својата уникатна способност да излегуваат од водата и да „летаат“ на кратки растојанија низ воздухот. Нивното движење е типичен кос истрел. Тие ја користат оваа способност за да избегнат предатори како туни, делфини и други големи риби.

Жабите кои скокаат од вода прават типичен кос истрел. Жабата како и сите други тела кои прват кос истрел, се движат нагоре сè додека вертикалната компонента на брзината не добие вредност нула. Од тој момент па натаму движењето на жабите може да се разгледува како хоризонтален истрел.

Активност (Експеримент): Пресметување на агол на исфрлање при кој дометот е максимален

Обиди се да го направиш следниот експеримент

Цел на експеримент:
Да се пресмета аголот на исфрлање при кој дометот е најголем, со извршени најмалку 10 мерења

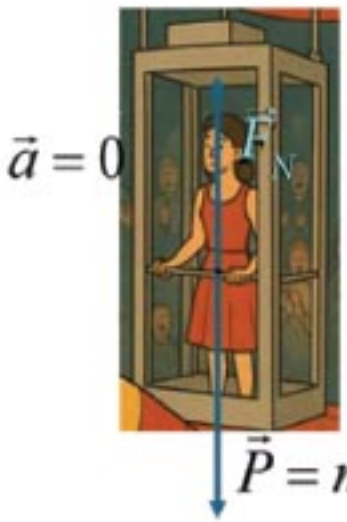
Потребен прибор:
Катапулт (можеш да користиш мал катапулт со еластична лента или пружина, а можеш да користиш и Mini Projectile Launcher), мерна трака, пластично топче, агломер

Постапка:
- Катапултот се мести на рамна површина.
- Избери агол на исфрлање
- Постави го топчето и повлечи ја лансирачката рачка
- Измери го дометот на топчето и забележи го
- Резултатите внеси ги во табела
- Направи график на зависност на дометот од аголот на исфрлање
- Анализирај ги резултатите

Бестежинска состојба

Да се потсетиме за поимот тежина на тело. Тежината претставува сила со која телото притиска врз подлогата или на обесиштето (ако е обесено) и таа е еднаква по големина со силата на нормална реакција на подлогата. Дарис и Сара, набљудувајќи ја точката со лифтот, забележуваат нагли промени на брзината на лифтот. Сето тоа придонесува изведувачот да биде изложен на големи физички оптоварувања. Да видиме зошто тоа е така.

Ќе разгледаме неколку различни случаи на движење на лифтот.



$\vec{F}_N+\vec{P}=m\vec{a}$

$y: F_N-P=ma$

$G-mg=0$

$G=mg$

Лифтот мирува $v=0$ или лифтот се движи рамномерно праволиниски $v=const$



$\vec{F}_N+\vec{P}=m\vec{a}$

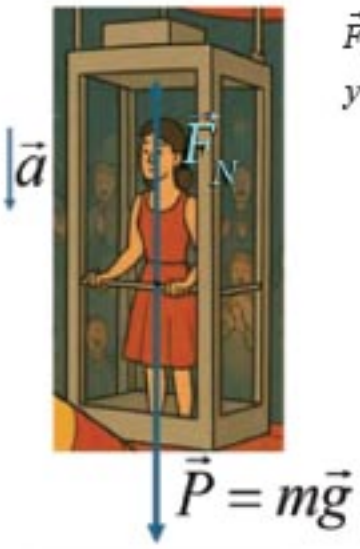
$y: F_N-P=ma$

$G-mg=ma$

$G=ma+mg$

$G=m(a+g)$

Лифтот се движи забрзано вертикално нагоре



$\vec{F}_N + \vec{P} = m\vec{a}$

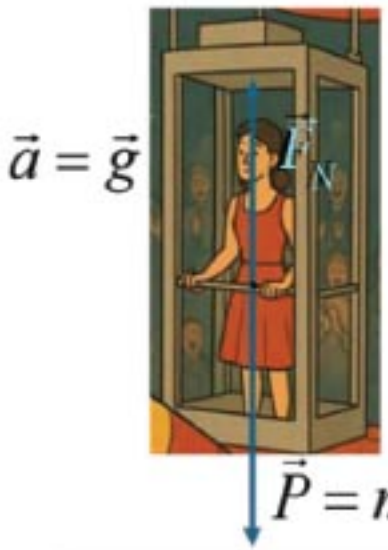
$y : F_N - P = ma$

$G - mg = -ma$

$G = mg - ma$

$G = m(g - a)$

Лифтот се движи забрзано вертикално надолу



$\vec{F}_N + \vec{P} = m\vec{a}$

$y : F_N - P = ma$

$G - mg = mg$

$G = mg - mg$

$G = 0$

Лифтот се движи забрзано вертикално надолу со забрзување еднакво на гравитационото.

▲ **Слика 11.** Движење на лифт во различни услови

На секоја слика се обележани силите кои дејствуваат на изведувачот на точката во различни услови на движење.

При мирување на лифтот, како и при и движење со константна брзина, тежината на акробатката е еднаква на силата на Земјината тежа (слика 11). Ако се споредат крајните изрази за тежината на акробатката, се забележува дека нејзината тежина е најголема кога лифтот се движи со забрзување насочено нагоре, а најмала кога се движи со забрзување насочено надолу. Во моментите кога сајлата намерно се пушта слободно да се движи надолу, лифтот почнува слободно да паѓа, а тежината на акробатката станува нула, односно акробатката воопшто не притиска врз подлогата на лифтот.

Телото кое слободно паѓа се наоѓа во бестежинска состојба.



▲ **Слика 12.** Астронаут во бестежинска состојба

Ќе наведеме неколку интересни примери поврзани со бестежинската состојба на телата:

Астронаутите сместени во вселенската станица се движат со иста брзина како и станицата која е во постојан пад околу Земјата. Во такви услови тие не притискаат врз ништо, односно немаат тежина.

Постојат специјални авиони (познати како „вселенски авиони“ или „Zero-G flights“) (слика 13), кои движејќи се по параболични траектории, на моменти имаат забрзување еднакво на гравитационото. Во такви услови патниците во авионот се во слободен пад, што значи се во бестежинска состојба. Оваа состојба обично трае неколку секунди.



▲ **Слика 13.** Boeing 727 – G-FORCE ON

Ако се возиш на ролеркостер и стигнеш на врвот (слика 14), пред да започне падот, има краток момент кога твоето тело не чувствува тежина (не притиска врз ништо). Тоа е момент на привремена бестежинска состојба.



▲ **Слика 14.** Ролеркостер

Реактивно движење

Во една од циркуските точки на слика 2, ќе забележите балон пуштен од малиот кловн, како се движи во воздухот. Движењето на балонот ќе го објасниме со законот за запазување на импулс (слика 15).



а) Балонот пред да биде отворен



б) Балонот откако е пуштен да се издишува

▲ **Слика 15.**

Пред да биде отворен балонот, неговата брзина, како и брзината на воздухот, внатре во балонот е еднаква на нула. Тоа значи дека импулсите на балонот и воздухот се еднакви на нула, односно $p_1 = 0$

Откако кловнот ќе го пушти балонот да се издишува, неговата брзина, како и брзината на воздухот кој излегува од балонот ќе се променат, односно нивните импулси ќе се променат $p_1' = m_1 v_1$ и $p_2' = m_2 v_2$

Од законот за запазување на импулс следува:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

$$0 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$$

$$m_1\vec{v}_1' = -m_2\vec{v}_2'$$

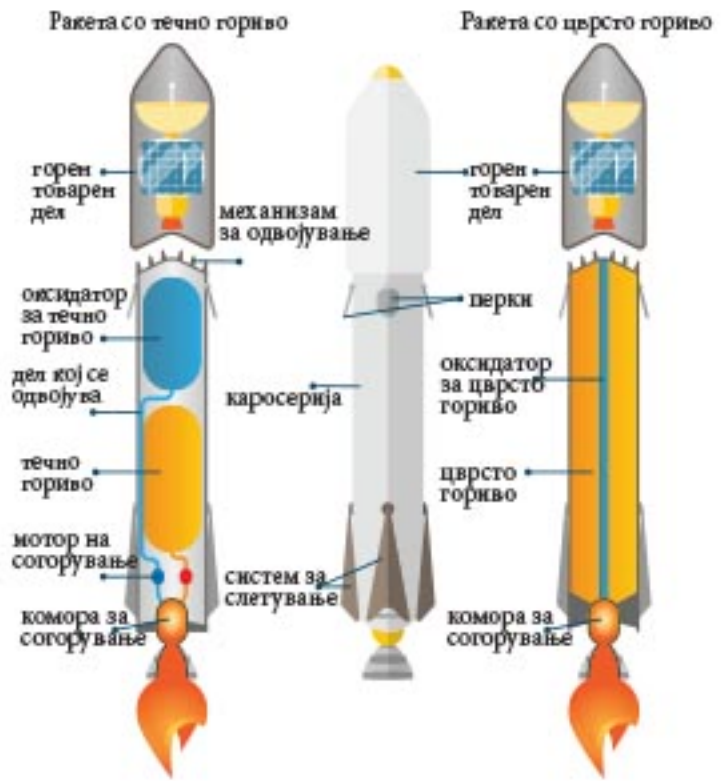
m_1 - масата на балонот, заедно со воздухот внатре во него кој се движи со брзина $\vec{v}_1$

m_2 - масата на воздухот кој е излезен од балонот и се движи со брзина $\vec{v}_1$

Минусот во равенката ни кажува дека балонот се движи во спротивна насока од насоката на движење на воздухот кој излегува од него. Ваквото движење се нарекува **реактивно движење.**

На принципот на реактивно движење се движат и ракетите. Како пример ќе го објасниме принципот на движење на ракета, наменета за вселенски летови.

Да се запознаеме најпрвин со составот на една вселенска ракета (слика 15).



▲ **Слика 16.** Шематски приказ на вселенска ракета на која се обележени компонентите од кои се состои.

Секоја ракета се состои од

1. **Ракетен мотор** – главен извор на силата што ја придвижува ракетата. Работи на принцип на реактивно движење
2. **Резервоар на гориво** – содржи течно или цврсто гориво неопходно за работа на моторот
3. **Каросерија** – лесна, но издржлива конструкција што ги држи сите компоненти на ракетата
4. **Горен товарен дел** – делот каде што се сместени астронаутите и друг корисен товар (сонда, сателит)
5. **Систем на управување и навигација** - систем кој служи за одржување на стабилност и управување на ракетата во текот на летот
6. **Дел на одвојување** – ракетата обично има два или повеќе степени, при што секој степен има свој мотор и гориво. Кога ќе се потроши горивото од еден степен, тој се одвојува за да се намали масата и да се овозможи понатамошно забрзување. Тој се состои од два или три степени на одвојување. Секој степен има свој мотор и гориво.

За наједноставно да го објасниме принципот на движење на ракетата, како и да го изведеме изразот за таканаречената реактивна сила која ја движи ракетата $\vec{F}_r$, за референтен систем ќе ја земеме Земјата (слика 17).

Поаѓаме од равенката која го изразува Вториот Њутнов закон

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

$\Delta \vec{p}$ – промена на импулсот на ракета

$\vec{F}$ – збирна сила на сите надворешни сили кој влијаат врз движењето на ракетата

Промената на импулсот $\Delta \vec{p}$ го изразуваме преку вкупниот импулс на ракетата пред и по исфрлањето на гасови

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$ – импулсот на ракета пред исфрлање на гасови

$\vec{p}_2$ – импулсот на ракета по исфрлање на гасови

Импулсот $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ се изразуваат преку масата на ракетата, масата на исфрлените гасови и нивните соодветни брзини.

$$\Delta \vec{p} = m(\vec{v} + \Delta \vec{v}) + \Delta m(\vec{v} + \Delta \vec{u}) - (m + \Delta m)\vec{v}$$

$$\Delta \vec{p} = m\vec{v} + m\Delta \vec{v} + \Delta m\vec{v} + \Delta m\Delta \vec{u} - m\vec{v} - \Delta m\vec{v}$$

$$\Delta \vec{p} = m\Delta \vec{v} + \Delta m\Delta \vec{u}$$

m – маса на ракетата
Δm – маса на исфрлените гасови
$\vec{v}$ – брзина на ракетата
$\Delta \vec{v}$ – промена на брзината на ракетата во однос на Земјата
$\Delta \vec{u}$ – промена на брзината на гасовите во однос на ракетата

Се заменува изразот за $\Delta \vec{p}$ во равенката за $\vec{F}$

$$\vec{F} = \frac{m\Delta \vec{v} + \Delta m\Delta \vec{u}}{\Delta t}$$

Левата и десната страна на равенката си ги менуваат местата, а потоа членот што ја содржи масата на исфрлените гасови Δm, се префрла на десната страна од равенката.

$$\vec{F} = \frac{m\Delta \vec{v}}{\Delta t} + \frac{\Delta m\Delta \vec{u}}{\Delta t}$$

$$\frac{m\Delta \vec{v}}{\Delta t} + \frac{\Delta m\Delta \vec{u}}{\Delta t} = \vec{F}$$

$$\frac{m\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{F} - \frac{\Delta m\Delta \vec{u}}{\Delta t}$$

$$\frac{m\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{F} - \vec{F}_r$$

$\vec{F}_r$ – реактивна сила на исфрлените гасови
$\vec{a}$ – забрзување на ракета

$m\vec{a} = \vec{F} - \vec{F}_r$



▲ **Слика 17.** Дијаграм на сили кај ракета во лет

Во последната равенка, силата $\vec{F}$ е збирна сила на сите надворешни сили кои влијаат на движењето на ракетата. Реално тоа се силата на Земјината тежа $\vec{P}$ и силата на отпорот на воздухот $\vec{F}_{at}$. Со внесување на овие сили во равенката се добива

Ракетата се движи вертикално нагоре ре, па најзгодно е за проекциона оска да ја избереме y оската. Се заменуваат изразите за $\vec{F}_{at}$ и P

$$m\vec{a} = \vec{F}_{at} + \vec{P} - \vec{F}_r$$

$$y : ma = -F_{at} - P - (-F_r)$$

$$y : ma = -k\rho v^2 - mg + F_r$$

k – коефициент за отпор
ρ – густина на воздух
v – моментна брзина на ракетата



▲ **Слика 18.** Млазен авион

Силата на Земјината тежа постојано ја влече ракетата надолу и го намалува нејзиното забрзување. Истото го прави и силата на отпорот на воздухот која расте пропорционално со квадратот на брзината. Силата на отпорот најмногу доаѓа до израз во пониските атмосферски слоеви, каде што густината на воздухот е поголема. Ако не се земат предвид овие сили, пресметките за брзината, висината и потребното гориво ќе бидат неточни и нереални.

Постојат многу примери кои се објаснуваат преку теоријата на реактивното движење.

Авионите со млазни мотори (слика 18) користат гориво, кои при согорувањето создаваат гасови со висока температура и висок притисок. Овие гасови се исфрлаат наназад со голема брзина, што создава потисок нанапред и го движи авионот.



▲ **Слика 19.** Воден скутер

Водениот скутер (слика 19) користи пумпа која вшмукува вода од предната страна, а ја исфрла со голема брзина од задната страна. Силата со која водата се исфрла наназад создава реактивна сила што го движи скутерот напред.

Октоподот (слика 20) е животно кое се движи по принципот на реактивно движење. Тој вшмукува вода со помош на своите екстремитети (пипалки), а потоа ја исфрла наназад и тоа му овозможува да се движи нанапред.



▲ **Слика 20.** Октопод

Ако сакаш да знаеш повеќе:

- Константин Циолковски бил руски физичар и пионер на ракетната техника. Прв теоретски ја опишал можноста за вселенски лет користејќи ракети. Во 1903 година ја објавил познатата **Циолковскиева равенка**, која ги опишува односите меѓу брзината, масата и силата на потисок кај ракетите. Иако никогаш не изградил вистинска ракета, врз неговите идеи се поставени темелите за модерната вселенска технологија.
- Поголемиот дел од масата на ракетата, поточно 90% од вкупната маса оди во масата на горивото. Ракетата може да постигне брзина и до $28000\frac{\text{km}}{\text{h}}$.
- Денешните ракети се делумно повторно употребливи. Така на пример ракетата SpaceX Falcon 9 се враќа и слетува со таканаречени слетни нозе, што ја намалува цената на мисиите.

Прва космичка брзина

Од лично искуство, сите знаеме колку е тешко да се совлада гравитационата сила на Земјата. Дури и најдобрите скокачи во височина едвај успеваат да скокнат нешто повеќе од 2 метри.

Дарис и Сара, набљудувајќи ги акробатските точки од циркуската претстава, доаѓаат до заклучок дека за едно тело да се оддалечи од Земјината површина потребна е да му се соопшти почетна брзина вертикално нагоре. Колку е поголема оваа брзина, толку повеќе телото ќе се оддалечи.

Дарис оди со размислувањето малку подалеку и се запрашува што би се случило ако стрелецот, кој ја исфрла својата стрела хоризонтално на Земјата, го направи истото како астронаут, надвор од Земјината атмосфера. За да одговориме на ова прашање, да ја разгледаме дадената слика (слика 21).



▲ **Слика 21.** Траектории на исфрлена стрела во гравитационот простор околу Земјата при различни почетни брзини

На неа се прикажани три можни траектории на стрелата при три различни почетни брзини. Зелената и сината патека се направени при помали почетни брзини. И во двата случаи стрелата паѓа на Земјата. При доволно голема почетна брзина, стрелата нема да падне на Земјата, туку ќе продолжи да кружи околу неа (црвената патека). Тогаш велиме, стрелата станува сателит на Земјата.

Решен пример :

Да ја пресметаме минималната брзина со која треба да се исфрли стрелата, подигната на висина $h = 400$ km, за да стане сателит на Земјата. За радиусот и масата на Земјата се зема $R = 6400$ km и $M_z = 5{,}97 \cdot 10^{27}$ kg. Отпорот на атмосферата во тие услови може да се занемари.

Решение:

$h = 400\,\text{km} = 40 \cdot 10^5\,\text{m}$

$M_z = 5{,}97 \cdot 10^{27}\,\text{kg}$

$R = 6400\,\text{km} = 64 \cdot 10^5\,\text{m}$

$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

$v = ?$

Да сметаме дека стрелата се движи по кружна орбита, поради привлечното гравитационо заемнодејство.

Гравитационата сила F_g всушност ја игра улогата на центрипетална сила F_{cp}

$$F_g = F_{cp}$$

$$\gamma \frac{M_z m}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$v^2 = \gamma \frac{M_z}{r}$$

Се крати масата на стрелата m и меѓусебното растојание на стрелата и Земјата r, од левата и десната страна на равенката. За растојанието r се заменува

$r = R + h$

$$v = \sqrt{\gamma \frac{M_z}{r}} \qquad v = \sqrt{\gamma \frac{M_z}{R+h}}$$

Се заменуваат вредностите за дадените величини

$$v = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{64 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5}}$$

$$v = 7{,}7 \cdot 10^3\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 7{,}7\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Со овој пример ја пресметавме минималната брзина на исфрлање на стрелата исфрлена на висина $h = 400$ km. Што ако стрелата ја

исфрлиме на висина многу помала од радиусот на Земјата? Тогаш меѓусебното растојание r може да го прирамниме на радиусот на Земјата

$$v = \sqrt{\gamma \frac{M_z}{R+h}} \qquad v = \sqrt{\gamma \frac{M_z}{R}}$$

Со замена на вредностите за γ, M_z, R од претходниот пример, за брзината се добива

$$v = \sqrt{\gamma \frac{M_z}{R}} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{64 \cdot 10^5}}$$

$$v = 7890 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 7,890 \frac{\text{km}}{\text{s}} \approx 7,9 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

На овој начин ја добивме равенката за минималната брзина со која треба да се исфрли стрелата за да може да орбитира околу Земјата. Од равенката се забележува дека брзината зависи само од масата на Земјата, а не и од масата на телото што орбитира. Тоа значи дека овој израз за минималната брзината може да го примениме за кое било тело што сакаме да го исфрлиме во полето на Земјата за да орбитира. Така ја добиваме вредноста за Првата космичка брзина, што треба да ја има едно тело за да може да орбитира околу Земјата.

Прва космичка брзина е минималната хоризонтална брзина што треба да му се соопшти на едно тело за да почне да орбитира околу Земјата.

Објектите, создадени од човекот, кои се лансираат со цел да орбитираат околу Земјата, се нарекуваат вештачки сателити.

Ако сакаш повеќе да знаеш:

Првиот вештачки сателит испратен во вселената е „Спутник 1“, лансиран од Советскиот Сојуз во 1957 година, со што започна вселенската ера на Земјата.

Повеќе од 10.000 активни и неактивни сателити орбитираат околу Земјата. Тие се користат за навигација, комуникација, метеоролошки набљудувања, научни истражувања и воени цели.

Во зависност од намената, сателитите орбитираат на различни височини, па од таа причина можеме да ги поделиме на:

- Сателити со ниска орбита (LEO) (до 2.000 km) – се користат за набљудување на Земјата и Меѓународната вселенска станица
- Сателити со средна орбита (MEO)(околу 20.000 km) –се користат за GPS сателити
- Геостационарни сателити (GEO) (35786 km) - се движат со иста аголна брзина како и Земјата, па затоа се вели како да стојат во место

Сателитите немаат мотор за постојано движење. Откако ќе влезат во орбитата со потребната брзина, тие се движат само под влијание на гравитацијата.

Земјата сè повеќе се соочува со вселенски отпад. Стари сателити, како и распаднати делови на сателити, постојано кружат околу Земјата и претставуваат закана за активните објекти.

Втора космичка брзина претставува минимална брзина што треба да му се соопшти на едно тело за да стане вештачки сателит на Сонцето. Всушност, брзината на телото, а со тоа и неговата кинетичка енергија, треба да овозможи совладување на гравитационата сила помеѓу Земјата и телото. Нејзината вредност изнесува $v = 11,2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$. Ќе покажеме во кратки црти како да дојдеме до равенката за брзината.

Во моментот на исфрлањето телото има и кинетичка и потенцијална енергија. Кога телото ќе се оддалечи доволно долго, за да веќе не се чувствува гравитационото дејство на Земјата, а притоа и брзината на телото станала нула, збирот на кинетичката и потенцијалната енергија ќе биде нула. Од законот за запазување на енергијата следува дека збирот на кинетичката и потенцијалната енергија на гравитационото заемнодејство и во двата моменти останува ист.

Потенцијалната енергија е со предзнак минус поради тоа што на телото му дејствува привлечна гравитациона сила.

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

$$\frac{mv^2}{2} - \gamma\frac{Mm}{r} = 0$$

$$\frac{v^2}{2} = \gamma\frac{M_z}{r}$$

$$v^2 = \gamma\frac{2M_z}{r}$$

$$v = \sqrt{\gamma\frac{2M_z}{r}} \qquad r \approx R_z$$

$$v = \sqrt{\gamma\frac{2M_z}{R_z}} = 11,2\frac{\text{km}}{\text{s}}$$

M_z – Маса на Земјата

m – маса на телото

r – растојание помеѓу центарот на Земјата и телото во моментот на исфрлање

R_z – радиус на Земјата

Третата космичка брзина е минималната брзина што треба да ја достигне телото за целосно да го напушти Сончевиот Систем и да навлезе во меѓусвезденият простор. За да го постигне тоа, телото мора да ја совлада не само гравитацијата на Земјата, туку и гравитацијата на Сонцето. Нејзината вредност, мерена во однос на Сонцето, изнесува околу $v = 41,3\frac{\text{km}}{\text{s}}$. Вселенската сонда „Voyager 1", лансирана од НАСА на 5 септември 1977 година, е првата која го напуштила Сончевиот Систем.

Прашања и задачи

1. Објасни што е слично, а што различно помеѓу слободното паѓање и вертикалниот истрел?
2. Едно тело се пушта слободно да паѓа од висина $h = 20$ m. По колку време телото ќе падне на Земјата и колкава ќе биде неговата брзина при самиот пад?
3. Едно топче се исфрла вертикално нагоре со почетна брзина $v_0 = 19,62\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Колкава максимална висина ќе достигне топчето и за колку време?
4. Едно тело се исфрла вертикално нагоре со почетна брзина $v_0 = 20\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Во истиот момент, кога е исфрлено телото, се пушта друго тело слободно да паѓа од висина $h = 80$ m.
   а) По колку време телата ќе се сретнат?
   б) Колкави патишта ќе поминат телата до моментот на нивната средба?
   в) Колкава максимална висина ќе достигне првото тело?
5. Од една платформа поставена на висина $h = 10$ m, во однос на водената површина, е исфрлен камен во хоризонтален правец со $v_0 = 20\frac{\text{m}}{\text{s}}$.
   а) По колку време каменот паѓа во водата?
   б) Со која брзина каменот паѓа во водата?
6. Дали е возможно, при пад на тело од голема височина, силата на отпор на воздухот да биде поголема од силата на Земјината тежа. Објасни.
7. Од пресметките за брзините (пример 1 и пример 2) можеш да забележиш дека почетната брзина со која жонглерот го исфрла топчето е еднаква со брзината на топчето со која тоа се враќа во раката на жонглерот. Објасни зошто.
8. На плафонот од еден лифт е обесена еластична пружина. На крајот од пружината се наоѓа метално топче со маса $m = 200$ g. Лифтот се движи вертикално нагоре со забрзување $a = 3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Пресметај ја тежината на металното топче со која тоа дејствува врз обесиштето.
9. Ракета со почетна маса од има $m_0 = 4500$ kg гориво. За време од $t = 15$ s, согорува гориво со $\Delta m = 1500$ kg, кое се исфрла со брзина од $\Delta u = 1600\frac{\text{m}}{\text{s}}$ во однос на ракетата.

а) Пресметај ја просечната реактивна сила што ја создава ракетата за време на согорувањето.

б) Доколку на почетокот ракетата е во мирување, пресметај ја нејзината брзина по поминато време $t = 15$ s.

10. Втората планета по ред од Сончевиот Систем е планетата Марс со маса $M = 6,42 \cdot 10^{23}$ kg и просечен радиус $R = 3390$ km .

а) Пресметај ја првата космичка брзина за тело што би кружело околу планетата Марс веднаш над неговата површина.

б) Доколку во гравитационото поле на Марс кружи геостационарен сателит, пресметај ја неговата линиска брзина. Периодот на ротација околу својата оска, за планетата Марс изнесува $T = 24$h и 40 min

Резиме:

- Правецот, насоката и интензитетот на гравитационата сила, почетната брзина на исфрленото тело како и дополнителните сили кои му дејствуваат во полето на Земјината тежа, ја обликуваат неговата траекторија на движење.
- Телата пуштени слободно да паѓаат, во гравитационото поле на Земјата, се движат рамномерно забрзано, со забрзување еднакво на Земјино забрзување Ваквото движење го нарекуваме слободно паѓање.

$$h = \frac{g\,t^2}{2}\ ;\ v = gt$$

- Телата исфрлени вертикално нагоре со почетна брзина во гравитационото поле на Земјата се движат рамномерно забавено, со забрзување еднакво на Земјино забрзување. Ваквото движење се нарекува вертикален истрел.

$$h = v_0 t - \frac{g\,t^2}{2}\ ;\ v = v_0 - gt$$

- Тело подигнато на одредена висина и исфрлено со почетна брзина во хоризонтален правец, во гравиациското поле на Земјата прави криволиниско движење. Ваквото движење се нарекува хоризонтален истрел.

$$D = v_0 t \qquad h = \frac{g\,t^2}{2}$$

- Реактивното движење настанува како последица од законот за запазување на импулсот
- Движењето на ракетата се опишува со равенката

$$m\vec{a} = \vec{F} - \vec{F}_r$$

$\vec{a}$ – забрзување на рекета

$\vec{F}$ – збирна сила на сите надворешни сили

$\vec{F}_r$ – реактивна сила на исфрлени гасови

- Телото кое слободно паѓа се наоѓа во бестежинска состојба.

  $G = 0$

- Прва космичка брзина е минималната хоризонтална брзина што треба да му се соопшти на едно тело за да почне да орбитира околу Земјата.

$$v = \sqrt{\gamma \frac{M_z}{R}} \approx 7{,}9 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

- Објектите, создадени од човекот, кои се лансираат со цел да орбитираат околу Земјата, се нарекуваат вештачки сателити.

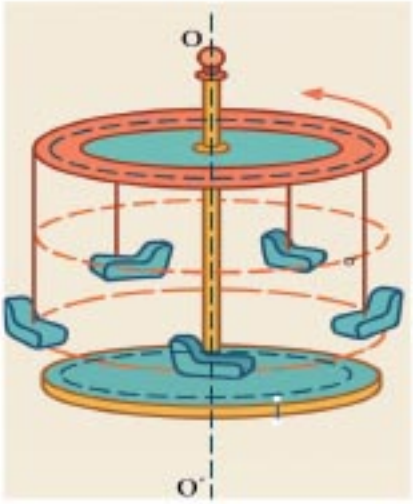
2.11 Вртливо дејство на сила

Во секојдневниот живот често се среќаваме со тела кои се вртат, како што се тркалата на велосипедот, вратата што се отвора, шрафот што се завртува. За разлика од праволиниското движење, овие појави се пример за **ротационо движење**, движење при кое телото се врти околу некоја **неподвижна оска**. За да го разбереме ваквиот вид движење, потребно е да воведеме нови физички величини и поими кои опишуваат како и зошто телата ротираат.

Апсолутно цврсто тело

Кога би сакале да го опишеме движењето на некое тело, многу би ни било полесно кога би знаеле дека телото при движење не си ја менува својата форма. Замислете дрвена прачка која без разлика дали ја фрлате, ја вртите или ја поместувате, растојанието меѓу кои било две точки на прачката секогаш останува исто.

Телото кај кое растојанието меѓу сите точки останува непроменето, без разлика како се движи, се нарекува апсолутно цврсто тело.



▲ **Слика 1.** Вртелешка со обележани кружни траектории на нејзини делови

Ротационо движење на апсолутно цврсто тело околу неподвижна оска

Ротационото движење на тврдо тело околу неподвижна оска е такво движење при кое сите точки од цврстото тело опишуваат кружни траектории кои лежат во меѓусебно паралелни рамнини.

Неподвижна оска е правата на која лежат центрите на кружните траектории на секоја од точките на цврстото тело.

На слика 1 е прикажана вртелешка каде што јасно се гледаат кружните патеки опишани од некои нејзини делови. Центрите на кружните патеки лежат на самата оска на ротација OO'

Момент на сила

Марко и Сара доаѓаат до идеја да направат неколку експериментални мерења со вратата од својата дневна соба. Тие поставуваат неколку куки, рамномерно распоредени на напречната должина

на вратата (слика 2). На куките го закачуваат динамометарот со кој ја влечат вратата.

Ја мерат минималната сила со која можат да ја отворат вратата на различни растојанија, која е насочена нормално на вратата.

d (m)	F (N)	Fd (Nm)
0,2	400	80
0,4	201	80.4
0,6	132	79,2
0,8	100	80

Табела 1: Резултати од мерења

F - силата со која под прав агол се дејствува на вратата

d - растојание меѓу оската на ротација и нападната точка на силата F



▲ **Слика 2.** Сара и Марко прават експеримент за зависноста на силата што ја отвора вратата од растојанието на кое дејствува силата

Резултатите од мерењата ги запишуваат во табела (табела 1). Од внесените вредности за растојанието d и силата F, се забележува дека силата е најмала кога се дејствува на најголемо растојание, во однос на оската на ротација, а најголема е кога дејството е на растојание најблиско до оската (оската на ротација). Во третата колона се запишани вредностите за производот на силата на дејство F и соодветното растојание d, за секое мерење посебно. Очигледно е дека производот речиси и да не се менува. Оттука е и потребата од дефинирање на нова физичка величина која го дава производот на силата F и растојанието d. Ваквата физичка величина се нарекува момент на сила M.

$$M = Fd$$

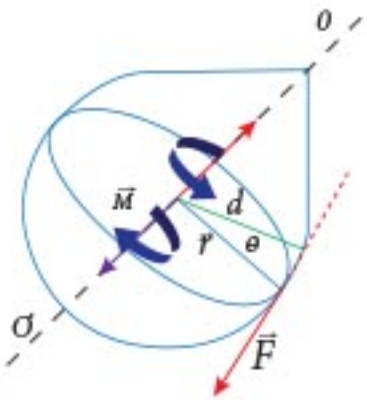
Момент на сила е векторска физичка величина чија големина е еднаква на производот од силата F и кракот на силата d. Кракот на силата се дефинира како најкраткото растојание меѓу оската на ротација и правецот на дејството на силата.

Внимавај:

Кога зборуваме за ротирачко движење, често го користиме изразот „момент на...“ пред некои веќе познати физички величини. Со тоа не мислиме на истата величина — туку воведуваме нова физичка величина поврзана со ротацијата.

На пример, момент на сила не е исто што и сила – тоа е величина што покажува колку некоја сила предизвикува вртење околу оската.

Иако звучат слично, овие „момент на...“ величини имаат свое значење и важат само во ситуации кога имаме вртливо (ротационо) движење.



▲ **Слика 3.** Тело кое ротира околу замислена оска на ротација OO'

На телото се означени двете можни насоки на ротација, како и соодветната насока на векторот на моментот на сила.

Векторот на моментот на сила $\vec{M}$ може да биде во две насоки. Ако телото ротира во насока спротивна од насоката на стрелките на часовникот, векторот на моментот на сила е насочен вертикално нагоре, нормално на рамнината на ротација (слика 3). Доколку телото ротира во насока на стрелките на часовникот, векторот на моментот на силата има насока вертикално надолу, нормално на рамнината на ротација.

Во експериментот и дефиницијата за момент на сила $\vec{M}$, разгледуваме ситуација во која силата F е под прав агол во однос на отсечката d, која се протега од оската на ротација до нападната точка. Во општ случај, силата дејствува во произволна насока. За да го земеме предвид аголот, должината d ја запишуваме како $d = r\sin\theta$, каде што r е растојанието од оската на ротација до нападната точка. Тоа значи дека d е најкраткото растојание помеѓу оската на ротација и правецот во кој дејствува силата F (слика 3).

Моментот на сила се запишува како:

$$M = Fr\sin\theta$$

Последната равенка ни кажува дека моментот на силата M зависи од аголот θ. Тоа е аголот меѓу векторот на силата и радиус векторот $\vec{r}$. Векторот $\vec{r}$ е вектор кој ја поврзува оската на ротација со нападнатата точка на силата.

Решен пример 1:

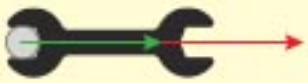
Колкав ќе биде моментот на сила F со кој дејствуваме на француски клуч со должина r (слика 4), ако аголот помеѓу векторите е:

1. $\theta = 0$

2. $\theta = 90^0$

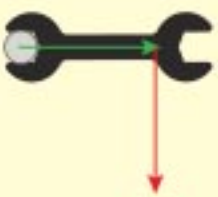
Решение:

Услов 1:



$M = Fr\sin 0 = 0$

Услов 2:



$M = Fr\sin 90 = Fr$

▲ **Слика 4.** Ротација на клуч околу оска под дејство на сила, при различни агли на дејство.

За некое тело да почне да ротира под дејство на сила, важен е и аголот под кој дејствува силата што ја предизвикува ротацијата. Така на пример, ако сакате најлесно да заротирате механички клуч, треба да дејствувате со сила под агол од 90^0. Во тој случај моментот на сила е максимален. Доколку дејствувате со сила, во ист правец како и правецот на радиус на векторот, моментот на сила M е еднаков на нула. Тоа значи дека нема да има никаква ротација.

Момент на спрег на сили

За да ја поместат вратата, на Марко и на Сара не им беше потребна голема сила (слика 2). Замислете си сега, Марко и Сара истовремено дејствуваат со сила за да заротираат механичка вртелешка (слика 5). Тие се обидуваат да ја заротираат на најразлични начини. За кратко време и двајцата ќе заклучат дека најлесно ќе ја заротираат вртелешката, ако дејствуваат во паралелни правци и спротивни насоки и на што поголемо меѓусебно растојание.



Слика 5. Спрег на сили на вртелешка

Систем од две паралелни сили со ист интензитет а спротивни по насока, кои дејствуваат на одредено меѓусебно растојание, се нарекува **спрег на сили.**

Моментот на спрегот на сили е еднаков на производот од интензитетот на една од силите на спрегот и растојанието меѓу нападните точки на силите.

$$M_s = Fd; F_1 = F_2 = F$$

Ќе наведеме неколку примери кои се објаснуваат со поимите спрег на сили и момент на спрег на сили:

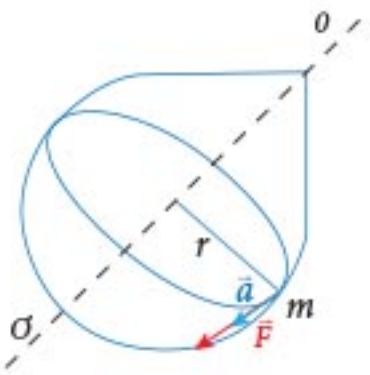
- Управување со волан на автомобил (слика 6). Додека возачот го врти воланот, неговите две раце, поставени на спротивни страни од воланот, дејствуваат со две сили еднакви по модул а спротивни по насока, создавајќи ротација.
- Отворање и затворање на капак на тегла. За да се отвори капакот потребно е со помош на двата краја од длановите да дејствувате во спротивна насока. Двете точки на контакт создаваат спрега на сили, од кои едната врти во спротивна насока од другата за да го отворат или затворат капакот.
- Педали на велосипед (слика 7): Кога велосипедистот со своите нозе притиска врз педалите, се создава спрега на сили кои ја ротираат погонската оска.



Слика 6. Спрег на сили кај волан



Слика 7. Спрег на сили кај велосипед



▲ **Слика 8.** Апсолутно тврдо тело кое ротира околу сопствена оска

Основен закон за динамика на ротационо движење

Секое тврдо тело може да го претставиме како систем од огромен број материјални точки кои не си ги менуваат местата една во однос на друга.

Да разгледаме еден точкест дел од телото со маса m (слика 8), односно една материјална точка. Ваквата точка опишува кружна патека која лежи во рамнина нормална на оската на ротација. Нејзе ѝ дејствува сила F, поставена тангенцијално во однос на траекторијата. Под дејство на оваа сила, телото добива тангенцијално забрзување.

$$F = ma$$

Ја множиме левата и десната страна на равенката со радиусот на кружната траекторија

$$F = ma \mid \cdot r$$

$$Fr = mar$$

Со замена на равенките $M = Fr$ и $a = \alpha r$ се добива изразот:

$$M = mr^2\alpha$$

Производот mr^2 се дефинира како нова физичка скаларна величина ***I*- момент на инерција** за материјалната точка во однос на дадената оска на ротација.

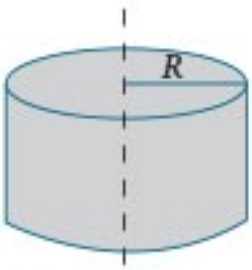
$$I = mr^2$$

Со замена на основните единици мерки на величините од десната страна на равенката, за единица мерка за моментот на инерција се добива $\mathrm{kg \cdot m^2}$

За да го пресметаме вкупниот момент на инерција на телото, потребно е да ги собереме моментите на инерција за сите материјални точки од кои е составено телото.

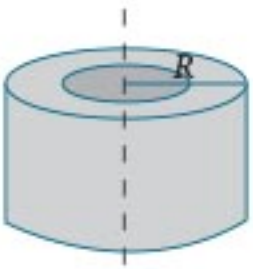
$$I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + \ldots\ldots + m_nr_n^2 = \sum_{i=1}^{n} m_ir_i^2$$

Вредноста на моментот на инерција зависи од тоа како е распределена масата на телото во просторот. Затоа моментот на инерција на тела со правилна геометриска форма се пресметува полесно, според формулите на слика 9.



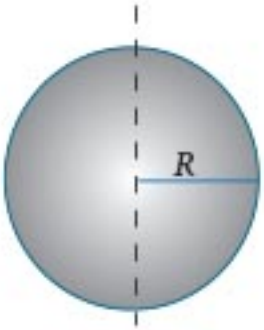
$$I = \frac{mR^2}{2}$$

Полн цилиндар или диск



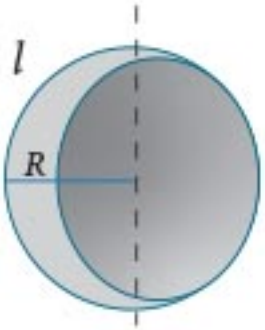
$$I = mR^2$$

Шуплив цилиндар



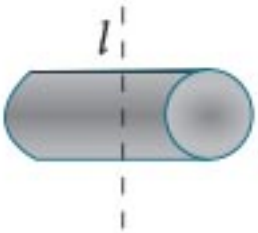
$$I = \frac{2mR^2}{5}$$

Хомогена топка



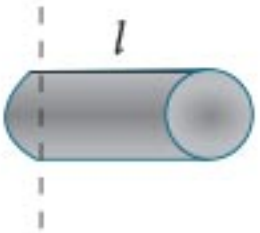
$$I = \frac{2mR^2}{3}$$

Шуплива топка



$$I = \frac{ml^2}{12}$$

Тенка прачка со оска на ротација низ центарот



$$I = \frac{ml^2}{3}$$

Тенка прачка со оска на ротација на едниот крај

▲ **Слика 9.** Моменти на инерција за тела со правилна геометриска форма

Со воведувањето на физичката величина момент на инерција, за моментот на сила кој му дејствува на телото се добива:

$$M = I\alpha$$

Равенката запишана во векторска форма е:

$$\vec{M} = I\vec{\alpha}$$

го претставува основниот закон за динамиката на ротационото движење.

Моментот на сила претставува производ од моментот на инерција и аголното забрзување што го добива телото.

Доколку на телото му дејствуваат две или повеќе сили, односно два или повеќе моменти на сили, законот за динамика се запишува:

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \ldots \vec{M}_n = I\vec{\alpha}$$

Решен пример 2:

На тело со неправилна форма му дејствуваат две сили (слика 10) $F_1 = 10\,\text{N}$ и $F_1 = 12\,\text{N}$. Должините на нивните краци се $d_1 = 80\,\text{cm}$ и $d_2 = 60\,\text{cm}$, Да се пресмета моментот на инерција на телото доколку тоа добие аголно забрзување $\alpha = 10\,\text{rad/s}$.

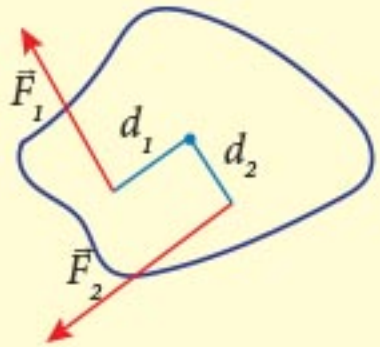
Дадено:

$F_1 = 10\,\text{N}; F_1 = 12\,\text{N}$

$d_1 = 80\,\text{cm} = 0{,}8\,\text{m}$

$d_2 = 100\,\text{cm} = 1\,\text{m}$

$\alpha = 10\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$



▲ **Слика 10.** Дијаграм на сили кои предизвикуваат ротација на цврсто тело

Се бара:

$I = ?$

Решение:

$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = I\vec{\alpha}$

Се запишува основниот закон за динамика на ротационо движење.

$-M_1 - M_2 = -I\alpha$

Се запишува скаларната равенка. Моментите на сила имаат предзнак минус бидејќи предизвикуваат ротација во насока на стрелките на часовникот. Со ист предзнак е и аголното забрзување.

$M_1 + M_2 = I\alpha$

$F_1 d_1 + F_2 d_2 = I\alpha$

Левата и десната страна се множат со -1 а потоа се заменуваат моментите на сили преку силите и краците.

$$I = \frac{F_1 d_1 + F_2 d_2}{\alpha}$$

$$I = \frac{10\,\text{N} \cdot 0{,}8\,\text{m} + 12\,\text{N} \cdot 1\text{m}}{10\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}} = 2\,\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

Се извлекува моментот на инерција на левата страна од равенката и се заменуваат дадените вредности на величините, од условите на задачата.

Решен пример 2:

Тег со маса o $\text{m} = 0{,}2$ kg е обесено за конец, преку макара со радиус $R = 0{,}2$ m и момент на инерција $I = 0{,}4\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$. Тегот пуштен од состојба на мирување, почнува да се движи вертикално надолу. Масата на конецот да се занемари.

а) Пресметај го аголното забрзување на макарата.
б) Колку време ќе му биде потребно на тегот да помине пат $s = 2$ m?

Дадено:

$m = 0{,}2$ kg; $R = 0{,}2$ m; $I = 0{,}4\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$; $s = 2$ m; $g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Се бара :

а) $\alpha = ?$ б) $t = ?$

Решение:

а) Системот макара - тег прави два типа на движење и тоа ротационо движење на макарата околу дадена оска и транслаторно праволиниско движење на тегот.

$\vec{P} + \vec{F}_z = m\vec{a}$

$\vec{M} = I\vec{\alpha}$

Ги запишуваме основните равенки за динамика на транслаторно и ротационо движење, кои го опишуваат движењето на тегот и на макарата.

$y : P - F_z = ma$

$mg - F_z = ma$

Се избира вертикална y оска насочена вертикално нагоре и се прави проекција на равенката која го опишува движењето на тегот.

$M = I\alpha$

$F_z R = I\alpha$

Моментот на силата која се јавува како резултат на дејството на врз макарата и аголното забрзување , кое се јавува кај макарата, имаат позитивна насока поради ротација на макарата во спротивна насока од насоката на стрелката на часовникот, која ја дефинираме како позитивна насока

$mg - F_z = m\alpha R$

Линиското забрзување a се изразува преку аголното забрзување α со равенката $a = \alpha R$ и се заменува во равенката $mg - F_z = ma$

$F_z = m\alpha R + mg$

$(mg - m\alpha R)R = I\alpha$

$mgR - m\alpha R^2 = I\alpha$

Се изразува F_z од последната равенка и се заменува во изразот $F_z R = I\alpha$

$-m\alpha R^2 - I\alpha = -mgR / (-1)$

$m\alpha R^2 + I\alpha = mgR$

$\alpha(mR^2 + I) = mgR$

Членовите што го содржат аголното забрзување одат на левата страна, а останатите членови одат на десната страна од равенката.

$$\alpha = \frac{mgR}{mR^2 + I}$$

$$\alpha = \frac{0{,}2\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ 0{,}4\ \text{m}}{0{,}2\ \text{kg} \cdot (0{,}4\ \text{m})^2 + 0{,}4\ \text{kg m}^2} = 1{,}82\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

б) Тегот со маса m се движи рамномерно забрзано праволиниски. За да го пресметаме времето на движење, ќе ја искористиме равенката за пат кај рамномерно забрзано движење.

$$s = \frac{at^2}{2} \quad at^2 = 2s \quad t^2 = \frac{2s}{a} \quad t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{\alpha R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}2\ \text{m}}{1{,}82\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}4\ \text{m}}} = 0{,}74\ \text{s}$$

За линиското забрзување се заменува изразот $a = \alpha R$

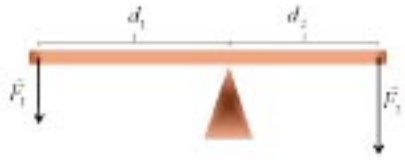
Во многу случаи од секојдневието, вртливото дејство на силата не е пожелно. Не сакаме покривот да се преврти, вратата да се отвори сама кога дува ветер, столбот да се навали под тежината на електричните кабли или детската лулашка да се преврти ако едно дете нагло скокне.

Во вакви ситуации важно е телото да остане во рамнотежа – не само да остане наместо, туку и да не се врти.

Ако на тело што може да ротира околу дадена оска дејствуваат повеќе сили, а тоа тело останува во мирување, тогаш збирот на сите моменти на сили кои му дејствуваат е еднаков на нула. За таквото тело велиме дека е во **статичка рамнотежа.**

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + ... + \vec{M}_n = 0$$

Да разгледаме цврсто тело (слика 11) кое може да ротира околу потпорна точка и му дејствуваат две паралелни сили, кои не лежат на иста права.



▲ Слика 11. Лост

Цврсто тело што може да се врти околу неподвижна потпорна точка се нарекува лост.

Телото од слика 11 мирува, што значи дека збирот на моментите на сили е еднаков на нула

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = 0$$

Со префрлање не еден од моментите на сила на левата страна од равенката се добива

$$\vec{M}_1 = -\vec{M}_2$$

Знакот минус пред моментот на силата $\vec{M}_2$ ни кажува дека за телото да биде во мирување, двата моменти на сила мора да дејствуваат во спротивни насоки.

Со замена на дефинициониите изрази за моментите на сила се добива

$$F_1 d_1 = F_2 d_2$$

Ако равенката ја запишеме во форма

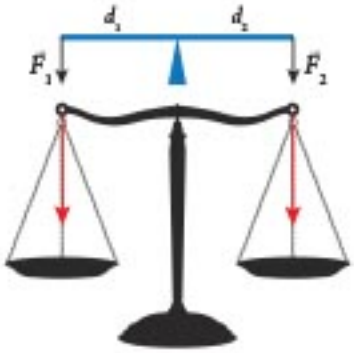
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

јасно се забележува дека односот на силите е обратнопропорционален со односот на соодветните краци на силите. Тоа кажува дека доколку едната сила е поголема од другата, нејзиниот крак ќе биде помал од кракот на другата сила, односно

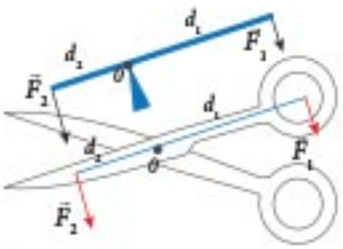
$$F_2 > F_1 \quad d_2 < d_1$$

Ваквата зависност ни овозможува да можеме со помала приложена сила да совладаме многу поголема сила, под услов, да дејствуваме на поголемо растојание во однос на потпорната точка. Тоа овозможило широка примена на лостот. Тој претставува основа на многу сложени уреди и механизми создадени од човекот, а

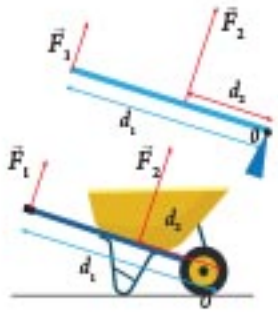
се среќава и во живиот свет – на пример, овозможува правилно функционирање на локомоторниот систем кај животните.



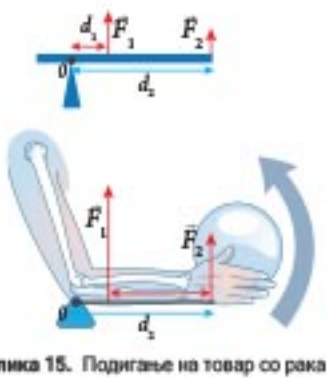
Слика 12. Терезија



Слика 13. Ножици



Слика 14. Количка со едно тркало



Слика 15. Подигање на товар со рака

Ако сакаш повеќе да знаеш

Лостовите според заемната положба на потпорната точка и силите на дејство (силата на дејство и силата која се совладува односно тежина на товарот), се делат на двокраки и еднокраки лостови.

Кај двокраките лостови, потпорната точка се наоѓа помеѓу двете сили. Таков е примерот со вагата (слика 12). Потпорната точка се наоѓа на средината меѓу двата таса.

Ножиците исто така функционираат како двокрак лост. Потпорната точка се наоѓа кај шрафот која ги спојува двата дела на ножиците (слика 13.). Силата на дејство е всушност силата на раката која притиска на една од рачките, а силата на совладување на товарот е силата со која се притиска материјалот што се сече.

Кај еднокраките лостови, силата на дејство и товарот се од истата страна на потпорната точка. Пример за еднокрак лост е количка со тркало (слика 14). Потпорната точка е во самото тркало на количката. Силата на дејството на рацете $\vec{F}_1$ и силата на товарот $\vec{F}_2$ се од иста страна на лостот.

Лостовите, според својата примена и функционалност, можат да се поделат на лостови на сила и лостови на брзина.

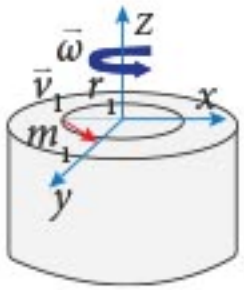
Кај лостовите на сила, кракот на силата на дејство е поголем од кракот на силата на товарот. Тоа значи дека со помала сила ќе се совлада поголем товар. Таков пример е количката со тркалото (слика 14).

Кај лостовите на брзина, кракот на силата на дејство е помал од кракот на силата на товарот. Во ваков случај треба да се вложи поголема сила за да се совлада помала сила на товар. Кај ваквите лостови, нападната точка на силата на товарот се движи со поголема брзина од нападната точка на силата на дејство. Тоа овозможува попрецизно и побрзо движење на одреден дел од телото. Раката на човекот е типичен пример на еднокрак лост на брзина (слика 15).

Силата на дејство е силата на мускулниот бицепс на раката. Потпорната точка е на лакотниот зглоб, а силата на товарот има нападна точка на дланката. Овој тип на лост овозможува побрзо и попрецизно движење на раката, што е важно за изведување сложени и координирани движења.

Момент на импулс

Сара и Марко следат натпревар по уметничко лизгање. Една од најатрактивните точки на изведба е пируетата што ја прават уметничките лизгачки. И двајцата забележуваат дека лизгачката, кога го менува рапоредот на рацете и нозете, ја менува и аголната брзина на ротација. Различна поставеност на рацете и нозете, значи и различен момент на инерција на лизгачката. Очигледна е поврзаноста на моментот на инерција и аголната брзина кај телата во ротација. Од тука е и потребата на воведување на нова величина која ќе ги поврзе овие две величини.



▲ **Слика 16.** Цврсто тело кое ротира во насока спротивна од насоката на движење на стрелката на часовникот

Да разгледаме еден точкест дел со маса m_1 од цврстото тело (слика 16). Тој опишува кружна траекторија со одредена линиска брзина v_1, а со тоа велиме има одреден импулс p_1.

Ја множиме левата и десната страна на равенката со масата на точкестиот дел:

$$v_1 = r_1\omega \;/\cdot m$$

$$m_1v_1 = m_1r_1\omega$$

Производот од масата и брзината претставува импулс на точкестиот дел и се запишува:

$$p_1 = mr_1\omega$$

Двете страни на равенката се множат со растојанието помеѓу точкестиот дел и центарот на ротација.

$$p_1 = m_1r_1\omega \;/\cdot r_1$$

$$p_1r_1 = m_1r_1^2\omega$$

Производот на импулсот p_1 и растојанието r_1 е нова физичка величина - **момент на импулс** L по однос на оската на ротација за материјалната точка.

$$L_1 = p_1r_1$$

Во изразот од десната страна на равенката, производот $m_1r_1^2$ е всушност моментот на инерција на точкестиот дел од телото – I:

$$L_1 = I_1\omega$$

За да се пресмета вкупниот момент на импулс на телото кое ротира, треба да ги собереме сите моменти на импулси на сите точкести делови од кои е составено телото:

$$L = \sum_{i=1}^{n} L_i = \sum_{i=1}^{n} I_i \omega$$

$$L = I\omega$$

односно запишан во векторска форма:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

Моментот на импулсот на едно цврсто тело во однос на дадена оска на ротација е векторска величина и претставува производ на моментот на инерција и аголната брзина на телото.

Основна единица во SI е $\mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$

Решен пример 3:

Според планетарниот модел на атомот, електронот со маса $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg во водородниот атом кружи по орбита со радиус $r = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ m . Брзината на електронот е $v_1 = 2{,}19 \cdot 10^6$ m/s Моделот се нарекува планетарен, поради аналогијата со орбиталното движење на планетите околу Сонцето. Така, на пример, Земјата орбитира околу Сонцето со просечна брзина v_2=29,8 km/s, на средно растојание од $r_2 = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m. За масата на Земјата приближно да се земе $m_2 = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg. Пресметај ги орбиталниот момент на електронот и на планетата Земја. Направи споредба.

Дадено:

$m_1 = 9{,}81 \cdot 10^{-31}$ kg; $r_1 = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ m; $v_1 = 2{,}19 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$;

$v_2 = 29{,}8 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}} = 29{,}8 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $r_2 = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m; $m_2 = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg

Се бара:

$\frac{L_1}{L_2} = ?$

Решение:

Се запишуваат равенките за моментите на импулси на електронот и на Земјата, па се заменуваат вредностите на дадените величини:

$$L_1 = m_1 r_1 v_1 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg} \cdot 2{,}19 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 5{,}29 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m} = 105{,}42 \cdot 10^{-36} \frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s}}$$

$$L_2 = m_2 r_2 v_2 = 5{,}97 \cdot 10^{24}\,\text{kg} \cdot 29{,}8 \cdot 10^{6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-11}\,\text{m} = 266{,}86 \cdot 10^{41}\,\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$$

Со делење на двата моменти на импулси се добива:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{105{,}42 \cdot 10^{41}}{266{,}86 \cdot 10^{-36}} = 0{,}40 \cdot 10^{-77}$$

Иако и електронот и Земјата се движат по кружна орбита, орбиталниот момент на импулс на Земјата е енормно поголем од оној на електронот – дури 10^{77} пати! Тоа е број што почнува со 1 и има 77 нули по него. Ова покажува колкава е разликата меѓу микросветот и макросветот, иако движењето изгледа слично.

Закон за запазување на момент на импулс

Да го разгледаме уште еднаш примерот со уметничката лизгачка (слика 17), која изведува пируета. Таа вртејќи се околу својата вертикална оска, кога ги шири рацете забавува, а кога нагло ги собира, таа забрзува. Тоа се случува без некакви видливи надворешни влијанија. Во случај надворешни сили да не влијаат врз ротационото движење на едно тело, вкупниот момент на сила е еднаков на нула. Така имајќи ја предвид равенката која го изразува Вториот Њутнов закон за ротационо движење по однос на оска на ротација, можеме да запишеме:

$$M = \frac{\Delta L}{\Delta t} = 0$$

Во услови кога моментот на сила е нула и промената на моментот на импулс во единица време е еднаков на нула. Штом временски нема промена на моментот на импулсот, логично е да се заклучи дека импулсот со текот на времето останува константен.

$$\Delta L = 0 \Rightarrow L = const.$$

Последната равенка, всушност, го изразува законот за запазување на моментот на импулсот.

Ако на едно тело не дејствуваат надворешни моменти на сила, или резултантниот надворешен момент на сила е еднаков на нула, тогаш неговиот вкупен момент на импулс останува константен.



▲ **Слика 17:** Уметничка лизгачка прави пируета

Со замена на равенката за момент на импулс $L = I\omega$, може да запишеме:

$$I\omega = const.$$

Тоа значи дека моментот на импулс на лизгачката кога ги шири рацете е еднаков со моментот на импулсот што го има кога ги собира рацете.

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

Равенката може да ја запишеме и како:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

од каде што јасно се гледа дека моментите на импулс се оваа обратнопропорционална зависност со соодветните аголни брзини.

Во моментот кога рацете на лизгачката и едната нога се подалеку од телото, односно од оската на ротација, моментот на инерција е поголем отколку моментот на инерција што го има кога е со собрани раце. За да се одржи вкупниот момент на импулс на лизгачката, во моментот кога ќе го намали својот момент на инерција, ќе се зголеми нејзината аголна брзина на ротација. Така таа го изведува едно од најспектакуларните движења во уметничкото лизгање.

Решен пример 4:

Лизгачка со маса 50 kg изведува пируета со раширени раце. Во тој момент нејзиниот момент на инерција изнесува $I_1 = 3\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$, а аголната брзина $\omega_1 = 2\ \text{rad/s}$. Потоа ги прибира рацете кон телото, при што нејзиниот момент на инерција се намалува на $I_2 = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$. Колкава е аголната брзина на лизгачката ω_2 откако ќе ги собере рацете? (Претпостави дека надворешните моменти на сила се занемарливи.)

Дадено:

$I_1 = 3\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$; $\omega_1 = 2\ \text{rad/s}$; $I_2 = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$

Се бара:

$\omega_2 = ?$

Решение:

Се запишува законот за запазување на моментот на импулс за лизгачката.

$L_1 = L_2$

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

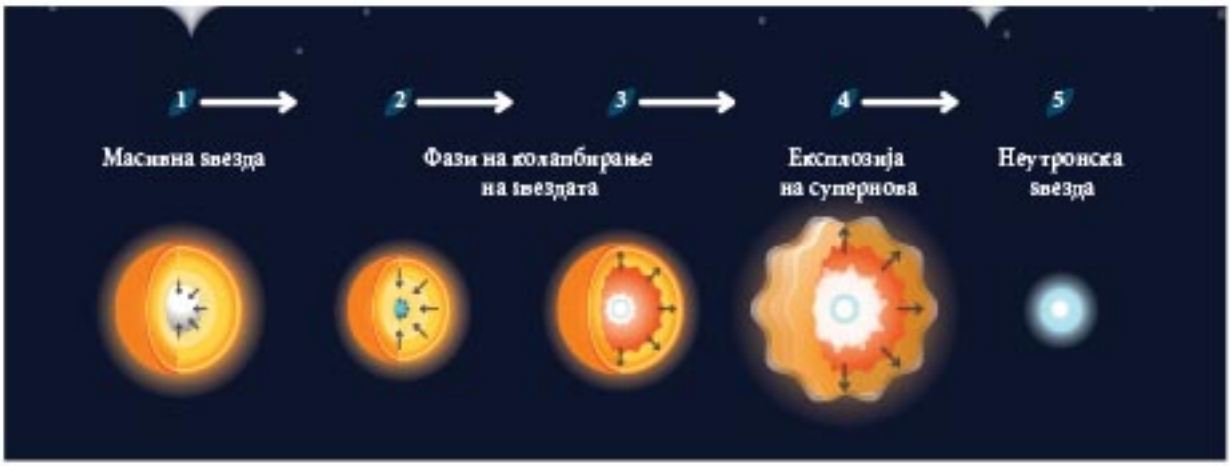
За аголната брзина ω се добива:

$$\omega_2 = \frac{I_1 \omega_1}{I_2} = \frac{3\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{2\ \text{kg m}^2} = 1,5\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Законот за запазување на моментот на импулс наоѓа примена во објаснувањето на многу природни појави кои се случуваат на Земјата и во Вселената.

Решен пример 5.

Во Вселената, масивните ѕвезди кога ќе ја завршат својата еволуција (слика 18), нивното јадро колабира и експлодира во супернова, оставајќи зад себе многу густа, мала и брзоротирачка неутронска ѕвезда. Пред да експлодира, ѕвездата ротира со релативно мала аголна брзина и голем момент на инерција. По експлозијата, радиусот на ѕвездата драматично се намалува – од милиони километри на само десетина километри. Поради тоа моментот на инерција значително се намалува, а аголната брзина на ротација нагло се зголемува.



▲ **Слика 18.** Колапс на масивна ѕвезда во неутронска ѕвезда

Користејќи го законот за запазување на моментот на импулс, можеме да ја изразиме зависноста на аголната брзина на ротација на новонастанатата неутронска ѕвезда од аголната брзина што ја имала ѕвездата пред колапсот, додека сè уште била масивна ѕвезда.

Бидејќи нема надворешен момент на импулс, важи:

$$L_1 = L_2$$

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

За двете фази (пред и по колапсот), ѕвездата може приближно да се смета за хомогена сфера, па затоа (според слика 9):

$$I_1 = \frac{2}{5} R_1^2 \pi \qquad I_2 = \frac{2}{5} R_2^2 \pi$$

Со замена на изразите за моментите на инерција во равенката:

$$\frac{2}{5} R_1^2 \pi \omega_1 = \frac{2}{5} R_2^2 \pi \omega_2$$

Се поедноставува:

$$R_1^2 \omega_1 = R_2^2 \omega_2$$

од каде што:

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{R_1^2}{R_2^2} = \omega_1 \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$$

Оваа равенка покажува дека аголната брзина на ротација се зголемува со квадратот на односот на радиусите. На пример, ако радиусот на ѕвездата се намали од 1 милион километри на само 10 километри (што е реален случај при формирање на неутронска ѕвезда), односот на радиусите е

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{10^6 \text{ km}}{10 \text{ km}} = 10^5$$

Тогаш аголната брзина ќе се зголеми

$$\omega_2 = 10^{10} \omega_1$$

Ваквиот резултат ја објаснува екстремно брзата ротација на неутронските ѕвезди познати уште и како пулсари.

Ако сакаш да знаеш повеќе

Штајнерова теорема - Во многу реални ситуации, цврстото тело не ротира околу својата сопствена оска (оска која поминува низ центарот на маса), туку околу некоја произволна паралелна оска (на пример: врата што ротира околу шарка, нишало што се врти околу точката на која е обесено итн.).

Во такви случаи, директно мерење или пресметување на моментот на инерција е сложено. Штајнеровата теорема

овозможува лесно префрлување на веќе познатиот момент на инерција од центарот на маса на тело на која било паралелна оска. Вкупниот момент на инерција за тело кое ротира околу дадена оска, која не поминува низ центарот на маса е даден со равенката:

$$I = I_0 + md^2$$

Земјата ротира околу својата оска, а гравитационото заемнодејство помеѓу Земјата и Месечината предизвикува плима.

Поради плимните сили, Месечината добива мал дел од моментот на импулс на Земјата и се оддалечува околу 3,8 cm годишно. Ова значи дека моментот на импулс на системот Земја – Месечина (слика 19) се запазува, односно Земјата ротира побавно, што значи нејзиниот момент на импулс се намалува а Месечината се оддалечува, односно нејзиниот орбитален момент на импулс се зголемува.



▲ **Слика 19.** Физички систем Земја - Месечината

Аналогија помеѓу величините и законите при транслаторно и ротационо движење

За да ги изведеме равенките што го опишуваат ротационото движење на апсолутно цврсто тело околу неподвижна оска, често се навраќаме на основните равенки за транслаторно движење на материјална точка. Всушност, притоа воспоставуваме аналогија помеѓу равенките на транслаторното движење и равенките за ротационо движење, поврзувајќи ги физичките величини и законите кои имаат слична функција и математичка форма во двата типа на движење.

На табела 2 е прикажана аналогија на физичките величини и равенките кои ги опишуваат транслаторното и ротационото движење. Аналогијата е направена врз основа на нивната физичка улога и математичка сличност.

Транслаторно движење на материјална точка	Ротационо движење на апсолутно цврсто тело
Изминат пат- s	Агол на завртување - θ
Линиска брзина- v	Аголна брзина-ω
Линиско забрзување- a	Аголно забрзување- α
Маса -m	Момент на инерција - I
Сила - F	Момент на сила-M
Рамномерно праволиниско движење $s = vt$ $v = const.$	Рамномерно ротационо движење $\theta = \omega t$ $\omega = const.$
Рамномерно забрзано праволиниско движење $a = const.$ $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$	Рамномерно забрзано ротационо движење $\alpha = const.$ $\theta = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$
Импулс p $p = mv$	Момент на импулс L $L = I\omega$
Вториот закон за динамика на транслаторно движење $F = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t}$	Вториот закон за динамика на ротационо движење на цврсто тело $M = I\alpha = I\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
Кинетичка енергија кај транслаторно движење $E_k = \frac{mv^2}{2}$	Кинетичка енергија кај ротационо движење $E_k = \frac{I\omega^2}{2}$
Работа $A = Fs$	Работа $A = M\theta$

▲ **Табела 2.** Аналогија помеѓу величините и законите при транслаторно и ротационо движење.

Прашања и задачи:

1. Зошто вратата секогаш има рачка поставена далеку од шарките?
2. Ако не можеш да одвртиш шраф со мал клуч, може да користиш цевка како продолжение. Објасни зошто ова функционира!
3. Ако астронаут лебди во вселената и фрли шраф во една насока, ќе почне ли и тој самиот да се врти? Објасни.
4. На краевите на една греда со должина $l = 10$ m, која ротира околу оска што поминува низ нејзината средина, дејствуваат две сили со ист интензитет а спротивни насоки. Пресметај го вкупниот момент на сила.
5. На крајот од едно јаже, обвиткано околу макара со радиус $R = 0{,}2$ m и момент на инерција $I = 0{,}4$ kg · m², е обесен тег со маса $m = 0{,}2$ kg. Телото се пушта од состојба на мирување и почнува да паѓа, влечејќи го јажето и ротирајќи ја макарата. (Да се занемари масата на јажето и триењето.)

   а) Ако телото помине пат $s = 2$ m, за време $t = 2{,}4$ s, пресметај го аголното забрзување на макарата α.

   б) Одреди го линиското забрзување a што го добива тегот и силата на затегнатото јаже F_z.
6. Уметничка лизгачка прави пируета со собрани раце покрај телото. Во еден момент ги раширува рацете нанадвор, при што нејзината аголна брзина се намалува четири пати, а нејзиниот момент на инерција се зголемува за $\Delta I = 12$ kg · m². Пресметај го почетниот момент на инерција I_1.
7. Користејќи ја симулацијата Physics: Rotational Inertia Lab (https://phet.colorado.edu/en/simulations/torque), изработи график на зависност на силата кај цилиндричен прстен (Cylindrical Shell) од реципрочната вредност на нејзиниот крак $F = F\left(\frac{1}{r}\right)$. За да го направиш графикот, искористи најмалку 5 вредности на сили на дејство, за 5 различни должини на краците. Внимавај, во секое од мерењата аголното забрзување мора да биде исто. Определи го коефициентот на правец на добиената права и објасни што всушност претставува тој.



Резиме:

- Телото кај кое растојанието помеѓу сите точки останува непроменето, без разлика како се движи, се нарекува апсолутно цврсто тело.
- **Момент на сила** е векторска физичка величина чија големина е еднаква на производот од силата F и кракот на силата d. Кракот на силата се дефинира како најкраткото растојание помеѓу оската на ротација и правецот на дејството на силата.

  $M = Fd$

- Систем од две паралелни сили со ист интензитет а спротивни по насока, кои дејствуваат на одредено меѓусебно растојание, се нарекува спрег на сили.
- Моментот на спрегот на сили е еднаков на производот од интензитетот на една од силите на спрегот и растојанието меѓу нападните точки на силите.

$$M_s = Fd \;\; ; \;\; F_1 = F_2 = F$$

- Моментот на инерција I на материјалната точка во однос на дадена оска на ротација е даден со равенката:

$$I = mr^2$$

- Моментот на сила претставува производ од моментот на инерција и аголното забрзување што го добива телото.

$$\vec{M} = I\vec{\alpha}$$

Цврсто тело што може да се врти околу неподвижна потпорна точка се нарекува лост.

- Моментот на импулсот на едно тело во однос на дадена оска на ротација е векторска величина и претставува производ на моментот на инерција и аголната брзина на телото.

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

- Ако на едно тело не дејствуваат надворешни моменти на сила, или резултантниот надворешен момент на сила е еднаков на нула, тогаш неговиот вкупен момент на импулс останува константен.

$$\Delta L = 0 \Rightarrow L = const.$$

Тема 2 ПРОВЕРИ КОЛКУ НАУЧИ

1. Една од наведените ситуации не е возможна. Која?
   а) Векторот на брзината е насочен кон запад, а векторот на забрзувањето кон исток.
   б) Векторот на брзината и векторот на забрзувањето се насочени кон запад.
   в) Телото има променлива брзина, а константно забрзување.
   г) Телото има константна брзина, а променливо забрзување.

2. Кога забрзувањето има спротивна насока од насоката на движење на телото, брзината на телото:
   а) не се менува
   б) се зголемува
   в) се намалува
   г) од дадените податоци не може да се заклучи

3. Марко има забрзување 0 m/s2, за него можеме да кажеме дека:
   а) не се движи
   б) неговото поместување е 0
   в) не ја менува брзината
   г) ништо од наведеното

4. Векторот на забрзувањето има насока како:
   а) векторот на брзината
   б) векторот на промената на брзината
   в) векторот на поместувањето
   г) спротивна на векторот на брзината

5. Заокружете го точното тврдење:
   а) Тело со маса од 1 kg, под дејство на сила од 1N, добива забрзување од 9, 81 m/s^2
   б) Тело со маса од 1 kg, под дејство на сила од 1N, добива забрзување од 1 m/s^2
   в) Тело со маса од 1 g, под дејство на сила од 1N, добива забрзување од 9, 81 m/s^2
   г) Тело со маса од 1 g, под дејство на сила од 1N, добива забрзување од 1 m/s^2

6. Карактеристика на рамномерно забрзано движење е:
   а) забрзувањето не се менува ни по насока ни по големина
   б) брзината не се менува по големина
   в) телото во секоја секунда поминува сè поголеми патишта
   г) брзината на телото се зголемува во текот на времето

7. Автомобил се движи рамномерно забрзано. Од кој било график каде што е прикажана зависноста на брзината на автомобилот во текот на времето може да се определи:
   а) забрзувањето на автомобилот
   б) изминатиот пат
   в) брзината на автомобилот
   г) изминатиот пат, брзината и забрзувањето на автомобилот

8. Дарин и Сара растегнуваат динамометар (од спротивни страни) секој со сила од по 100 N. Колкава вредност ќе покажува динамометарот?
   а) 100 N б) 200 N в) 0 N г) 50 N

9. При слободно паѓање забрзувањето што го добива топче во вакуум со текот на времето:

а) не се менува
б) се намалува,
в) се зголемува
г) ништо од наведеното

10. При слободно паѓање брзината што ја добива топчето:
а) зависи од неговата масата
б) зависи од времето на паѓање
в) не се менува
г) се намалува со текот на времето

11. Која од изјавите за слободно паѓање е точна? Топче е пуштено слободно да паѓа:
а) тоа паѓа со константна брзина од 9,81m/s
б) тоа паѓа со константно забрзување од 9,81 $m \cdot s^2$
в) патот што го изминува топчето во секоја секунда е еднаков
г) забрзувањето што го добива топчето зависи од масата на топчето

12. Заокружи го точното! Земјината тежа:
а) дејствува само на тела со голема маса
б) не дејствува на тела кои се движат вертикално нагоре
в) дејствува на книга оставено на маса
г) не зависи од масата на телата

13. Заокружи го точното! Ако силите кои дејствуваат на автомобил се во рамнотежа, тогаш автомобилот:
а) нема да се движи
б) ќе се движи со константна брзина
в) нема да забрзува
г) ништо од наведеното

14. Преку пример објасни што се мисли под поимот „релативен мир".

15. Дали може поместувањето на Сара да биде нула, а изминатиот пат да биде 1 km? Објасни.

16. Дали познавањето на растојанието помеѓу градовите Охрид и Струга е доволно да се одреди местоположбата на градот Охрид во однос на градот Струга. Објасни го твојот одговор.

17. Дали е возможно телото да се движи рамномерно праволиниски, а притоа да го менува правецот на векторот на брзината, но не и неговиот интензитет? Објасни.

18. Моментната брзината на некое топче е нула. Дали ова значи дека и неговото забрзување мора да е нула? Објасни.

19. Ана и Ива возат велосипед околу Мавровското Езеро. Во еден момент, Ана се движи со поголема брзина од Ива. Дали тоа значи дека Ана има поголемо забрзување? Објасни го твојот одговор.

20. Фудбалер ја шутира топката вертикално нагоре. Објасни што се случува со брзината и забрзувањето на топката во текот на целото движење на топката од моментот на шутирање до нејзиното паѓање на тревата. Нацртај ги графиците на:
а) брзината на топката во текот на времето.
б) забрзувањето на топката во текот на времето.
в) положбата на топката во текот на времето во однос на местото на шут на топката

г) изминатиот пат на топката во текот на времето

21. Објасни што се случува со брзината и забрзувањето на падобранецот во моментот кога го отвара падобранот?

22. Ако брзината на едно тело кое се движи рамномерно праволиниски би се зголемила два пати, тогаш и времето потребно да се помине истиот пат би се намалило за 10 s. Пресметај ги времињата на движењето на телото и во двата случаи.

23. Според капките масло што ги остава автомобилот во текот на времето одреди во кој случаи на автомобилот му дејствува резултантна сила различна од нула? Објасни.

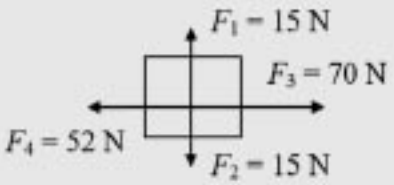


24. Идентификувај ги силите на акција и реакција во следните случаи:
а) топка паѓа кон подот
б) Човек удира со тупаница во ѕид
в) фудбалер ја шутира топката
г) дете скока на трамбулина
д) ракета полетува од лансирна рампа

25. Велосипедот има предна и задна кочница. Зошто не е препорачливо користење на предната кочница?

26. Објасни зошто кога ќе се сопне човек паѓа во насоката на движењето, а кога се лизга по мраз, паѓа во спротивна насока?

27. На сликата е даден дијаграмот на сили на едно тело. Одреди ја големината, правецот и насоката на резултантната сила.



28. Болидот на „ферари" влегувајќи во еден остар свиок константно ја менува својата брзина. Објасни во кој дел од свиокот силата на триење ќе биде најголема.

29. Едно топче движејќи со брзина удира нормално во неподвижен ѕид. Како ќе ги определиш правецот, насоката и интензитетот на топчето по судирот? Судирот да се смета за идеално еластичен.

30. Масата на едно тело е трипати поголема од масата на друго тело. Каков треба да биде односот на брзините на телата за нивните импулси да останат исти?

31. Три тела сочинуваат изолиран систем. Како би го дефинирал законот за запазување на импулсот за трите тела?

32. Што се случува со тежината, а што со масата на тело што паѓа слободно?

33. Објасни зошто астронаутот во вселенскиот брод лебди и каква е неговата тежина во тие услови.

34. Спореди ги гравитационите сили помеѓу планетите Венера и Земја со Сонцето. Според кои параметри тоа можеш да го утврдиш и како?

35. Имајќи предвид дека радиусот на Земјата е 2 пати поголем од радиусот на планетата Марс, како и податокот дека масата на Марс е 10 пати помала од масата на Земјата, пресметај за колку пати гравитационата сила со која Земјата би му дејствувала на едно тело е поголема или помала од гравитационата сила помеѓу Марс и истото тело.

36. Колку би требало да траат денот и ноќта на Земјата за да телата на екваторот немаат тежина?

37. Во кој од следниве случаи најмногу се зголемува моментот на сила врз оската на ротирање?

а) Механичар се обидува да одврти шраф користејќи клуч што го држи многу блиску до шрафот.
б) Голман фаќа фудбалска топка директно пред себе со испружени раце.
в) Ученик се обидува да заврти столче така што го турка на неговиот раб со сила под одреден агол.
г) Дете ја турка вртелешката под прав агол на најоддалечената точка од нејзината оска на вртење.

38. Во кој од следните примери најдобро е илустриран законот за запазување на моментот на импулс?

а) Космонаут во вселенска станица фрла клуч во една насока и почнува да се врти во спротивна насока.
б) Камион нагло кочи при што му се намалува брзината.
в) Момче удира фудбалска топка, која потоа почнува да ротира околу својата оска.
г) Ракета се движи по права линија сè додека не ѝ се потроши горивото

39. Зошто астронаут што ротира во вселената може да ја промени својата аголна брзина само со тоа што ги придвижува рацете или нозете кон телото, или ги раширува нанадвор, иако не дејствува никаква надворешна сила?

40. Едно тркало со маса од 2 kg и радиус од 0,3 m ротира околу својата оска. Моментот на инерција на тркалото е даден со формулата .

41. Ако тркалото ротира со аголна брзина, пресметај

а) момент на инерција на тркалото
б) моментот на импулс на тркалото
г) како би се променил моментот на импулс ако аголната брзина се удвои?

42. Еден ученик седи на стол што може да ротира. Во рацете држи тегови и ротира со аголна брзина. Доколку ги рашири рацете, моментот на инерција на ученикот ќе се зголеми 2 пати, а неговата аголна брзина ќе се намали за 6 rad/s. Пресметај ја почетната аголна брзина со која ротирал ученикот.

Тема 3

ЕНЕРГИЈА

Содржини во оваа тема:

1. Механичка енергија
2. Работа и моќност
3. Закон за запазување на енергија



Во претходната тема го опишавме движењето на телата и причините за таквите движења, со закони кои лесно можат да се применат во ситуации со кои се среќаваш секојдневно. Но, некои физички проблеми не се толку едноставни и потешко се решаваат со Њутновите закони. Таков пример е кога телата се движат по некоја сложена патека. Во овој случај поедноставно е да се користи законот за запазување на енергијата.

Во оваа тема ќе се запознаеш со физичката величина енергија како и со законот за запазување на енергијата. Законот за запазување на енергијата е универзален закон: важи како за појавите кои ги изучува нуклеарната физика така и за движењата во Универзумот.

Цели:

- Да ја идентификуваш енергијата што ја поседува телото.
- Да објасниш како енергијата се трансформира од еден во друг вид и како се пренесува од едно тело на друго при вршење работа.
- Да го применуваш законот за запазување на енергијата во реални ситуации.
- Да развиеш свест за важноста на ефикасно користење на енергијата во секојдневието.



3.1 Механичка енергија



Слика 1. Ветерници и соларни панели

Секојдневно се среќаваме со движење: ние луѓето се движиме, се движи фудбалската топка по шутот, се движат автомобилите итн.

За сите овие активности потребна е енергија. Човекот таа енергија ја добива од храната во која има складирано хемиска енергија. Фудбалерот дел од својата енергија при шутот ја предава на фудбалската топка. Складирана хемиска енергија поседува и горивото што се користи во моторите на внатрешно согорување. Кога горивото согорува, доаѓа до претворање на оваа хемиска енергија во топлинска, која на крај преминува во механичка. Енергијата од ветерот и сонцето со помош на ветерници и соларни панели (слика 1) се претвора во електрична енергија, која понатаму може да ја користиме во во нашите домови. Од овие примери може да заклучиме дека енергијата лесно преминува од еден во друг облик.

Единица за енергија е џул (J).

Во ова тема ќе се задржиме само на механичката енергија.

Енергијата што ја имаат телата како резултат на движењето, положбата, како и деформацијата се нарекува **механичка енергија**

Постојат два вида механичка енергија: **кинетичка** и **потенцијална** енергија, кои лесно преминуваат од еден во друг облик.

Кинетичка енергија

Кога фудбалерот ја удира топката, тој ѝ предава дел од својата енергија, при што топката добива енергија и почнува да се движи.

Енергијата што ја имаат телата во движење се нарекува **кинетичка енергија**

Кинетичката енергија што ја поседуваат телата зависи од нивната маса и од квадратот на брзината со која се движат и се пресметува со формулата:

$$E_k = \frac{mv^2}{2},$$

каде што m е масата на телото, а v е неговата брзина.

Решен пример 1:

Еден од два камиона има двојно помала маса, но се движи со двојно поголема брзина од другиот. Кој од камионите има поголема кинетичка енергија и за колку пати таа енергија е поголема од енергијата на другиот камион?

Дадено:

$m_2 = \frac{m_1}{2}$; $v_2 = 2v_1$

Се бара:

$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = ?$

Решение:

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{\frac{m_1 v_1^2}{2}}{\frac{m_2 v_2^2}{2}} = \frac{m_1 v_1^2}{\frac{m_1}{2}(2v_1)^2} = \frac{2m_1 v_1^2}{4m_1 v_1^2} = \frac{1}{2} \qquad E_{k2} = 2E_{k1}$$

Следува дека камионот што има двапати помала маса, а двапати поголема брзина има двапати поголема кинетичка енергија.

Потенцијална енергија

Ако фудбалската топка ја земеме во раце и ја подигнеме на некоја висина, ние ѝ предаваме дел од нашата енергија. За разлика од топката во движење, топката што мирува на одредена висина не поседува кинетичка енергија. Но, оваа топка има потенцијал да почне да се движи. Ако топката ја пуштиме, таа ќе почне да се движи, поради тоа што се наоѓа во гравитационото поле на Земјата. Тоа значи дека кога се наоѓа на некоја висина поседува складирана енергија, наречена **потенцијална енергија**, која се јавува како резултат на гравитационото заемнодејство на Земјата и топката.

Потенцијал да се движи поседува и деформирана пружина. Пример, ако пружината ја збиеме, при збивањето ѝ предаваме дел од нашата енергија. Кога пружината ќе ја отпуштиме, таа ќе почне да се движи, односно да осцилира. Значи, и деформираната пружина поседува енергија која се јавува како резултат на деформацијата. Оваа енергија исто така се нарекува потенцијална енергија.

Потенцијална енергија е енергијата што едно тело ја има поради својата положба во гравитационото поле или поради својата деформирана состојба.

Гравитациона потенцијалната енергија

Енергија што ја поседува тело кое има потенцијал да се движи, бидејќи е подигнато на некоја висина во однос на Земјата, се нарекува гравитациона потенцијална енергија.

Гравитационата потенцијалната енергија зависи од положбата на телото во гравитационото поле на Земјата и се пресметува со формулата:

$$E_p = mgh$$

каде што m е масата на телото, h е висината на кое е искачено телото во однос на Земјината површина и g гравитационото забрзување.

Потенцијалната енергија зависи правопропорционално од масата на телото, од гравитационото забрзување и од висината на која тоа е подигнато.

Решен пример 2:

Лустер со маса од 800 g е закачен на таванот во соба што се наоѓа на првиот кат од зграда. Растојанието од подот на собата до таванот изнесува 3 m, а подот на собата е на висина од 4 m во однос на површината на земјата.

Одреди ја потенцијалната енергија на лустерот:
а) Во однос на подот на собата.
б) Во однос на површината на земјата.

Дадено:

$m = 800\ \text{g} = 0{,}8\ \text{kg}$; $h_1 = 3\ \text{m}$; $h_2 = h_1 + 4\ \text{m} = 7\ \text{m}$

Се бара:

$E_{p1} = ?$; $E_{p1} = ?$

Решение:

а) Потенцијалната енергија на лустерот во однос на подот од собата е

$$E_{p1} = mgh_1 = 0{,}8\text{kg} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3\text{m} = 23{,}5\text{J}$$

б) Потенцијалната енергија на лустерот во однос на површината на земјата е

$$E_{p2} = mgh_2 = 0,8\text{kg} \cdot 9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 7\,\text{m} = 54,9\,\text{J}$$

Од претходниот пример може да се заклучи дека потенцијалната енергија зависи од изборот на референтната површина. Во формулата, висината е релативна, и можеме самите да ја избереме „нултата точка" според ситуацијата.

На пример, кај водопад, место со „нула" потенцијална енергија едното на водопадот (слика 2).



Слика 2. Водопад. Дното каде што се влева водата има нула потенцијална енергија, додека на врвот има максимална вредност.

Еластична потенцијална енергија

При деформацијата на пружината се менува растојанието помеѓу молекулите од кои е изградено телото. Во нормална (недеформирана) состојба, молекулите се наоѓаат во рамнотежна положба, во која силите меѓу нив се урамнотежени. Еластичната потенцијална енергија кога пружината е деформирана се јавува како резултат на заемнодејствата меѓу молекулите во пружината што се обидуваат да ја вратат пружината во рамнотежна положба (Слика 3).



Слика 3. Пружина врз која дејствува надворешна сила што има потенцијал да се врати во претходната положба

Енергијата што ја има деформираната пружина е наречена еластична потенцијална енергија.

Еластичната потенцијална енергија се пресметува со формулата:

$E_p = \frac{k\Delta l^2}{2}$, каде што Δl е деформацијата на пружината, а k коефициентот на еластичност на пружината.

Еластичната потенцијалната енергија е пропорционална со квадратот на деформацијата на еластичното тело.

Решен пример 3:

Што ќе се случи со потенцијалната енергија на една еластична пружина ако нејзиното издолжување се зголеми двапати.

Дадено:

$$\Delta l_2 = 2\Delta l_1$$

Се бара:

$$\frac{E_{p2}}{E_{p1}} = ?$$

Решение:

$$\frac{E_{p2}}{E_{p1}} = \frac{\frac{k\Delta l_2^2}{2}}{\frac{k\Delta l_1^2}{2}} = \frac{\Delta l_2^2}{\Delta l_1^2} = \frac{(2\Delta l_1)^2}{\Delta l_1^2} = 4$$

Следува дека $E_{p2} = 4E_{p1}$

Решен пример 4:

Објасни како се врши претворање на енергијата при користење на лак и стрела во спортот стрелаштво. Објасни кои видови енергија се јавуваат и како се менуваат во текот на процесот на нишанење и стрелба.

Одговор:

Човекот добива хемиска енергија од храната која се претвора во механичка енергија при поставување на раката во положба за затегање на лакот. Дел од оваа енергија се пренесува на лакот којшто се деформира и складира еластична потенцијална енергија. При отпуштањето на тетивата од лакот, еластичната потенцијална енергија се претвора во кинетичка енергија на стрелата, која започнува да се движи.

Ако сакаш да знаеш повеќе:

- Емили ди Шатле

Во XVIII век, физиката сè уште не била целосно развиена на начинот на кој ја познаваме денес. Многу поими што денес ги земаме здраво за готово, како енергија, работа и моќност, не биле прецизно дефинирани. Во тоа време се водела интензивна дебата за таканаречената vis viva („жива сила“) – дали движечката сила на едно тело е пропорционална на брзината (v) или на квадратот на брзината (v^2). Мнозинството научници во Франција ја поддржувале верзијата според Њутн: дека импулсот (mv) е единствената важна физичка величина.

Но, Емили ди Шатле, француска математичарка, физичарка и филозофка, го поддржувала ставот на германскиот физичар Готфрид Лајбниц, кој тврдел дека „живата сила“ е пропорционална на mv^2. Денес овој поим е познат како кинетичка енергија. Таа го формализирала ова тврдење и прва го објаснила преку експериментални

набљудувања – покажувајќи, на пример, дека предмет што паѓа со двојно поголема брзина нема двојно поголемо, туку четирипати поголемо влијание (поради квадратната зависност од брзината).

Во 1740-тите, Емили ди Шатле ја превела Њутновата книга „Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica" (Математички принципи на природната филозофија) на француски – прв (и до денес највлијателен) превод на овој фундаментален текст. Но не само тоа: во нејзините коментари и анализи ја разјаснува Њутновата механика и објаснува како силата што дејствува врз тело и предизвикува преместување доведува до зголемување или намалување на енергијата на телото.

Прашања и задачи:

1. Како се дефинира кинетичката енергија на едно тело?
2. Од две тела со иста маса кое има поголема кинетичка енергија?
3. Локомотивата од еден товарен воз влече три празни непокриени товарни вагони. Одеднаш почнува да врне силен дожд. Објасни дали во тој случај ќе се промени кинетичката енергија на возот ако неговата брзина остане непроменета?
4. Во случај брзината на телото да се зголеми трипати, што ќе се случи со неговата кинетичка енергија?
5. Како ќе се промени потенцијалната енергија на едно тело ако го подигнеме трипати повисоко?
6. Објасни зошто едно исто тело поставено на Земјата и на Месечината при иста висина не може да има иста гравитациона потенцијална енергија?
7. Просечната брзина на молекулата на кислородот изнесува $v = 2 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Неговата маса изнесува $m = 51,2 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$. Пресметај ја неговата просечна кинетичка енергија.
8. При брзина на Халеевата комета $v = 500 \frac{\text{km}}{\text{s}}$, кинетичката енергија во нејзиниот перихел изнесува $E_k = 275 \cdot 10^{23}\ \text{J}$. Колкава е нејзината маса? (Перихел е положбата на тело во Сончевиот Систем кога тоа се наоѓа најблиску до Сонцето).
9. Потенцијалната енергија што ја има планинар качен на врвот Монт Еверест изнесува $E_p = 6032,56\ \text{kJ}$ во однос на површината на морето. Земјиното забрзување на таа висина е $g = 9,74 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Ако масата на планинарот изнесува $m = 70\ \text{kg}$, пресметај ја надморската висина на врвот.
10. Еластична пружина се збива за 30 cm под дејство на сила од 30 N. Колкава е потенцијалната енергија на збиената пружина?

3.2 Работа и моќност



▲ **Слика 1.** Мелница која се врти поради вода која врши работа.

Во секојдневниот говор, под поимот работа се подразбира секоја активност што ја извршува човекот – читање, пишување, програмирање, готвење, пешачење, копање и така натаму.

Механичка работа

Но, во физиката поимот **работа** има прецизно значење. Работа се врши тогаш кога под дејство на сила се предизвикува поместување на телото.

Пример

Водата во реките врши работа кога ги поместува перките на мелницата (слика 1).

Внимавај:

Мерната единица за работата и за енергијата се исти! Но, сепак станува збор за две различни физички величини.

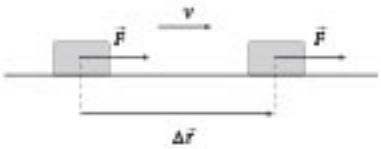
Кога едно топче се движи и на својот пат се судри со друго, неподвижно топче, тоа дејствува со сила на него. Под дејство на таа сила, второто топче се придвижува при што се врши работа.

Во овие примери, работа вршат водата и топчето во движење, бидејќи предизвикуваат поместување на другите тела. Телата што може да извршат работа мора да поседуваат енергија. Оттука следува:

Енергијата на телата е способност да вршат работа.

При судирот на топчињата, првото топче дејствува на второто со некоја сила F. Под дејство на таа сила второто топче се поместува. Затоа се вели силата врши работа.

Производот од силата и поместувањето на телото под дејство на таа сила се нарекува механичка работа.



▲ **Слика 2.** Поместување на тело под дејство на сила

Механичката работа се пресметува по формулата:

$A = \vec{F}\Delta\vec{r}$, каде што $\Delta\vec{r}$ е поместувањето на телото (слика 2).

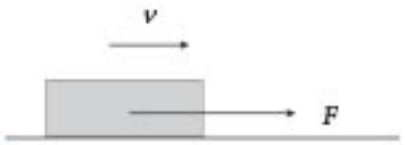
Единица за механичка работа е џул (J). Работата е 1 J кога под дејство на сила од 1 N телото изминува пат од 1 m.

Да ја определиме работата на силата во неколку различни случаи:

А) кога силата со која влечеме некое тело по подлогата и поместувањето на телото се во иста насока (слика 3)

Во овој случај за извршената работа може да се запише

$A = Fs$, каде што s е изминатиот пат под дејство на таа сила.

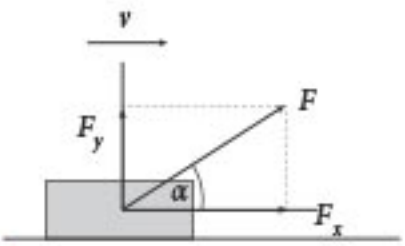


Слика 3. Силата дејствува во насока на придвижување на телото

Б) кога силата што му дејствува на телото зафаќа агол α со подлогата по која се поместува телото. (слика 4)

Во овој случај работа врши само компонентата на силата која е во насока на поместувањето на телото (F_x), односно работата е

$$A = F_x s = Fs\cos\alpha$$



Слика 4. Силата зафаќа агол α со подлогата по која се поместува телото

Пример

Во зависност од тоа како е насочена силата во однос на придвижувањето:

i) работата што ја врши силата е позитивна ако

$$0 \le \alpha < 90^0$$

Кога туркаме кутија по подот, силата со која туркаме е во иста насока како и движењето: работата е позитивна.

ii) работата што ја врши силата е нула ако

$\alpha = 90^0$ или $F = 0$ N

Гравитационата сила што ја држи Месечината во кружна орбита е насочена кон Земјата, додека векторот на поместувањето е по тангената на кружницата: работата е нула, бидејќи аголот меѓу силата и поместувањето е 90°.

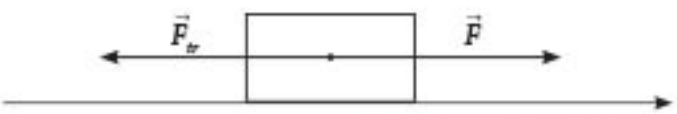
iii) работата што ја врши силата е негативна ако

$$90^0 < \alpha \le 180^0$$

Силата на триење при лизгање се спротивставува на движењето: работата е негативна.

Решен пример 1:

На едно тело со маса $m = 70$ kg, поставено на хоризонтална подлога му дејствува константна сила $F = 2000$ N паралелна со подлогата. Телото движејќи се по подлогата поминува пат $s = 500$ m. Коефициентот на триење помеѓу подлогата и телото изнесува $\mu = 0{,}1$. Пресметај ја работата што ќе ја изврши влечната сила, силата на триење како и резултантната сила која му дејствува на телото. Притоа за секоја извршена работа определи дали е позитивна?



Слика 5. Дијаграм на сили

Дадено е:

$m = 70\ \text{kg};\quad F = 2000\ \text{N};\quad s = 500\ \text{m};\quad \mu = 0{,}1$

Се бара:

$A_1 = ?;\quad A_2 = ?;\quad A = ?$

Решение:

Работата на влечната сила F се пресметува според равенката

$$A_1 = Fs\cos\alpha$$

$\cos 0^0 = 1$ односно

$$A_1 = Fs\cos 0^0 = F \cdot s = 2000\ \text{N} \cdot 500\ \text{m} = 1000000\ \text{J} = 10^6\ \text{J}$$

За работата на силата на триење F_{tr} се добива

$$A_2 = F_{tr} \cdot s \cdot \cos\alpha = F_{tr} \cdot s \cdot \cos\left(180^0\right) = \mu mgs(-1) =$$

$$-0{,}1 \cdot 70\ \text{kg} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 500\ \text{m} = -34335\ \text{J}$$

Вкупната работа на резултантната сила што му дејствува на телото се добива со собирање на работата на одделните сили

$$A = A_1 + A_2 = 1000000\ \text{J} - 34335\ \text{J} = 965665\ \text{J}$$



Слика 6. Кугларска топка удира во чуновите и доаѓа до промена на кинетичката енергија и на топката и на чуновите.

Работа и кинетичка енергија

При куглање, топката се судира со чуновите, со што се менува брзината и на топката и на чуновите (Слика 6). Тоа значи дека топката им предава дел од својата енергија на чуновите.

Да ја пресметаме работата што ја врши топката кога му дејствува на чунот со маса m.

Под дејство на топката, чунот со маса m добива забрзување a, односно важи вториот Њутнов закон:

$$F = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t} = m\frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

Брзината на чунот рамномерно се менува. Затоа, изминатиот пат на чунот под дејство на топката, може да се запише како производ од средната брзина што ја има чунот во текот на целото движење и времето на движење:

$$s = v_{sr}\Delta t = \frac{v_2 + v_1}{2}\Delta t$$

Работата што ја врши топката е:

$$A = Fs = mas = m\frac{\Delta v}{\Delta t}s = m\frac{v_2 - v_1}{\Delta t}\frac{v_1 + v_2}{2}\Delta t$$

Од каде за работата што ја врши топката се добива:

$$A = \frac{m}{2}(v_2 - v_1)(v_2 + v_1) = \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2) \text{ или}$$

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Од претходно знаеме дека изразот $\frac{mv_2^2}{2}$ е кинетичката енергија на чунот по дејството на топката, а $\frac{mv_1^2}{2}$ е кинетичката енергија на чунот пред дејството на топката. Од каде за работата што ја врши топката се добива:

$$A = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k$$

Односно, работата што ја врши топката е еднаква на промената на кинетичката енергија на чунот или кинетичката енергија на чунот се зголемува како резултат на работата што ја врши топката врз него.

Вкупната работа на сите сили што му дејствуваат на телото е еднаква на промената на кинетичката енергија на телото под дејство на тие сили. $A = E_{k2} - E_{k1}$

Решен пример 2:

Автомобил се движи со некоја брзина и возачот притиска на кочниците со одредена сила, па автомобилот застанува по некој пат s_1. Сега замисли дека автомобилот се движи двапати побрзо, а возачот повторно притиска на кочниците со иста сила како претходно. Колку пати подолг ќе биде патот на запирање? Објасни!

Одговор:

Во овој случај силата на триење е онаа која врши работа. Според дефиницијата, работата на силата на триење кога автомобилот се движи со брзина v_1:

$$A_t = \Delta E_{k1}$$

$$-F_t s_1 = 0 - \frac{mv_1^2}{2}$$

Кога автомобилот се движи со два пати поголема брзина, односно $v_2 = 2v_1$, работата на силата ќе биде

$$A_2 = \Delta E_{k2}$$

$$-F_{tr}s_2 = 0 - \frac{mv_2^2}{2} = -\frac{m(2v_1)^2}{2} = 4A_1$$

Ако силата со која притиска возачот на кочницата е иста, следува дека

$$\frac{s_2}{s_1} = 4 \text{ односно } s_2 = 4s_1$$

При зголемување на почетната брзина на автомобилот неговата кинетичка енергија ќе се зголеми 4 пати, а со тоа патот што ќе го измине истиот автомобилот до негово целосно запирање ќе биде 4 пати поголем од претходно. Ова е една од причините зошто и мало зголемување на брзината на возилото над дозволеното може да предизвика катастрофални последици, како врз возачот на автомобилот така и врз пешаците.

Решен пример 3:

На дел од патот покриен со мраз, коефициентот на триење помеѓу гумите и подлогата се намалил за двапати. Колку пати треба да се намали брзината на автомобилот за растојанието потребно за запирање да остане исто како и на сув пат? Возачот притиска со иста сила на кочниците.

Одговор:

И во овој случај работата ја врши силата на триење. Оваа работа за коефициент на триење е μ се определува со формулата:

$$A_1 = \Delta E_{k1}.$$

$$-F_{tr1}s = 0 - \frac{mv_1^2}{2}$$

$$-\mu mgs = -\frac{mv_1^2}{2}$$

Кога автомобилот се движи по дел од патот со мраз каде што коефициентот на триење е $\frac{\mu}{2}$ работата на силата на триење е

$$A_2 = \Delta E_{k2}$$

$$-F_{tr2}s = 0 - \frac{mv_2^2}{2}$$

$$-\frac{\mu}{2}mgs = -\frac{mv_2^2}{2}$$

$$\frac{\frac{\mu}{2}mgs}{\mu mgs} = \frac{\frac{mv_2^2}{2}}{\frac{mv_1^2}{2}}$$

За брзината што ја има автомобилот кога се движи по патот со мраз се добива:

$$v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{2}}$$

Затоа, во услови на влажни патишта и голомразица на патот (Слика 7), се препорачува приспособување на брзината на условите на патот, без разлика на сообраќајните знаци поставени покрај патот кои дозволуваат и поголема брзина на возење.



▲ **Слика 7.** Автомобил се движи по замрзнат пат

Решен пример 4:

Еден автомобил со маса $m = 1$ t стартувајќи од место, во време од $t = 20$ s поминува пат $s = 900$ m. Колкава работа ќе изврши автомобилот на крајот од патот и колкава е неговата кинетичка енергија во тој момент?

Дадено е:

$m = 1$ t; $t = 20$ s; $s = 900$ m

Се бара:

$A = ?$; $E_1 = ?$

Решение:

Тргнувајќи од равенката за работа како и од равенките за рамномерно забрзано праволиниско движење се добива:

$$A = Fs \qquad F = ma \qquad s = \frac{at^2}{2} \qquad a = \frac{2s}{t^2}$$

$$A = mas = m\frac{2s}{t^2}s = \frac{2ms^2}{t^2} = \frac{2 \cdot 1000\ \text{kg} \cdot (900\ \text{m})^2}{(20\ \text{s})^2} =$$

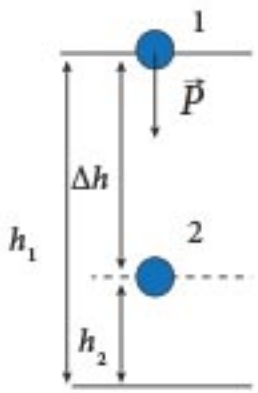
$$= 4050000\ \text{J}$$

Користејќи го изразот за кинетичка енергија $E_k = \frac{mv^2}{2}$, како и изразот за брзината на крајот од патот $v = at = \frac{2s}{t^2}t = \frac{2s}{t}$ се добива

$$E_k = \frac{m\left(\frac{2s}{t}\right)^2}{2} = \frac{4s^2m}{2t^2} = \frac{2s^2m}{t^2} = \frac{2\cdot(900\,\text{m})^2\cdot 1000\,\text{kg}}{(20\,\text{s})^2}$$

$= 4050000\,\text{J}$

Од добиените резултати може да се забележи дека целата работа што ја врши автомобилот придонесува за зголемување на кинетичката енергија.



▲ **Слика 8.** Тело паѓа под дејство на Земјината тежа

Работа и потенцијална енергија

А) Работата што ја врши Земјината тежа

На тело со маса m кога се наоѓа во близина на Земјата (Слика 8) му дејствува Земјината тежа. Ако е телото не е прицврстено, тоа почнува да паѓа. Земјината тежа е силата која врши работа и го придвижува. Колкава работа врши притоа Земјината тежа?

Работа на Земјината тежа ќе биде еднаква на:

$$A = P\Delta h = mg\Delta h = mg(h_1 - h_2)$$

Односно:

$$A = -mg(h_2 - h_1) = -(mgh_2 - mgh_1)$$

Од претходно знаеме дека производот од масата на телото, гравитационото забрзување и висината на која се наоѓа телото ја дава неговата потенцијална енергија односно $mgh = E_p$.

Затоа за работата што ја врши Земјината тежа може да се запише:

$$A = -(E_{p2} - E_{p1})$$

Оваа равенка кажува дека под дејство на работата што ја врши Земјината тежа доаѓа до намалување на потенцијалната енергија на телото.

Решен пример 5:

Едно топче со маса $m = 200$ g , сместено во подножјето на една наведена рамнина, добива почетна брзина и движејќи се нагоре по рамнината поминува пат $s = 4$ m. Ако аголот на наведената рамнина изнесува $\alpha = 30°$, пресметај ја промената на потенцијалната енергија на топчето. ($g = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

Дадено е:

$m = 200\,\text{g} = 0{,}2\,\text{kg}$; $s = 4\,\text{m}$; $\alpha = 30°$

Се бара:

$\Delta E_p = ?$

Решение:

За промената на потенцијалната енергија на топчето се запишува:

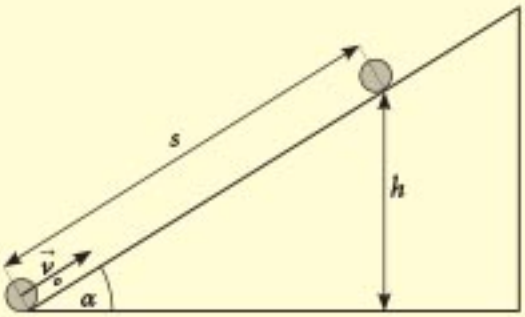
$$\Delta E_p = mg\Delta h = mgh$$

Користејќи ја тригонометриската зависност помеѓу патот s и висината h до која стигнало топчето

$$h = s \cdot \sin\alpha$$

и со замена на h во претходната равенка се добива

$$\Delta E_p = mgh = mgs\sin 30^0 = 0,2\,\text{kg} \cdot 9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4\,\text{m} \cdot 0,5 = 3,924\,\text{J}$$



▲ **Слика 9.** Топче се движи по наведена рамнина

Б) Работата на еластичната сила кај деформирана пружина

Ако пред збиена пружина поставиме топче (Слика 9), по отпуштањето на пружината, таа ќе дејствува на топчето со сила и ќе го придвижи. Во овој процес, работа врши еластичната сила која се јавува поради деформацијата на пружината. Таа сила дејствува сè додека пружината не се врати во својата првобитна, односно „нормална" должина. Важно е да се напомене дека еластичната сила не е постојана, туку се менува додека пружината е деформирана.

Затоа, работата што ја врши еластичната сила се пресметува преку средната сила, со формулата: $A = F_{sr}\Delta x$

Средната сила се пресметува преку крајната (F_2) и почетната сила (F_1) како: $F_{sr} = \frac{F_1 + F_2}{2}$

Во тој случај за работата што ја врши еластичната сила се добива

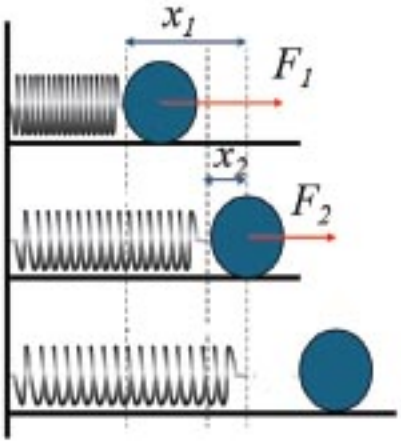
$$A = \frac{1}{2}(F_1 + F_2)(x_1 - x_2)$$

$$A = \frac{1}{2}(kx_1 + kx_2)(x_1 - x_2) \text{ или}$$

$$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2} = E_{p1} - E_{p2}$$

Последната равенка ако ја запишеме малку поинаку се добива:

$$A = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p$$



▲ **Слика 10.** Еластичната потенцијална енергија на пружината преминува во кинетичка енергија на топчето

Работата на еластичната сила е еднаква на намалувањето на потенцијалната енергија на деформираната пружина.

Што мислиш, дали ќе постои разлика во работата што ја врши еластичната сила ако пружината наместо збиена е растегната?

Моќност

Од искуството знаеш дека работата може да се изврши во различно време. На пример, за да се качиш пеш до 10. кат во зградата ќе ти бидат потребни неколку минути, додека лифтот се качува за помалку од половина минута. Истата работа се завршува за пократко време.

Физичката величина што определува колкава работа се врши во единица време се нарекува моќност.

Моќноста е еднаква на количникот на извршената работа и времето потребно таа работа да се изврши. Моќноста се пресметува по формулата:

$$P = \frac{A}{t}$$

Единица за моќност е ват (W). Моќноста е 1 W кога за време од 1 s се врши работа од 1 J.

Коефициент на корисно дејство на машините

Моторот врши работа совладувајќи ги силите на отпорот што му дејствуваат на автомобилот, а притоа добива енергија од горивото кое го согорува. Енергијата на ветрот се претвора во електрична енергија со помош на перките на ветерниците.

За претворање на енергијата од еден во друг вид се користат различни машини. Но, во реалниот свет секогаш постојат некои загуби на енергија. Тоа значи дека при претворање на енергијата во работа, секогаш работата што ја врши машината е помала од вложената енергија.

Коефициент на корисно дејство покажува колкав дел од вложената енергија машината ја претвора во корисна работа.

Попрецизно, коефициентот на корисно дејство на машините е количник од работата што ја врши машината (корисната работа A_k) и работата (или енергијата) што е вложена (вложената работа A_v) за нејзиното извршување.

Коефициентот на корисно дејство се изразува во проценти, односно

$$\eta = \frac{A_k}{A_v} \cdot 100\%$$

Истата равенка за коефициентот на корисно дејство може да се прикаже и преку моќноста

$$\eta = \frac{P_k}{P_v} \cdot 100\%$$

Машините на кои коефициентот на корисно дејство е близок на единица, се сметаат за економични и со голема ефикасност.

Размисли и одговори зошто коефициентот на корисно дејство никогаш не може да биде 100%? Својот одговор поткрепи го со конкретни примери.

Решен пример 6:

Една дигалка има способност да подигне товар од $m = 1{,}2$ t за време $t = 0{,}5$ min на висина $h = 6$ m. Коефициентот на корисното дејство изнесува $\eta = 0{,}9$. Пресметај ја моќноста на дигалката P_v. ($g = 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

Дадено е:

$m = 1{,}2$ t

$t = 0{,}5$ min

$\eta = 0{,}9$

$h = 6$ m

Се бара:

$P_v = ?$

Решение:

Тргнувајќи од равенката за коефициентот на корисно дејство $\eta = \frac{P_k}{P_v}$, за вкупната моќност се добива $P_v = \frac{P_k}{\eta}$. Со замена на изразот за корисната моќност $P_k = \frac{A}{t} = \frac{mgh}{t}$, се добива

$$P_v = \frac{P_k}{\eta} = \frac{\frac{mgh}{t}}{\eta} = \frac{mgh}{\eta t} = \frac{1200\,\text{kg} \cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6\,\text{m}}{0{,}9 \cdot 30\,\text{s}} = 2616\,\text{W}$$

Ако сакаш да знаеш повеќе:

- Што е киловат-час?

  Киловат-час (kWh) е единица за енергија што се користи за мерење на електричната енергија што ја трошат уредите во нашите домови, канцеларии и индустрии. Еден киловат-час претставува потрошена енергија кога уред со моќност од 1000 вати (1 kW) работи еден час.

  Сметките за струја ја користат оваа единица за да покажат колку енергија сме потрошиле и да ја соопштат цената на струјата.

  На пример, ако греалка од 2000 W работи 3 часа, ќе потроши $2\ \text{kW} \cdot 3\ \text{h} = 6\ \text{kWh}$.

  Еден ладилник троши отприлика 1–2 kWh дневно.

  Електричен автомобил троши околу 15–20 kWh за 100 km.

  За да претвориме 1 kWh во џули, ја користиме дефиницијата:

  $1\ \text{kWh} = 1000\ \text{W} \cdot 3600\ \text{s} = 3600000\ \text{J} = 3{,}6\ \text{MJ}$

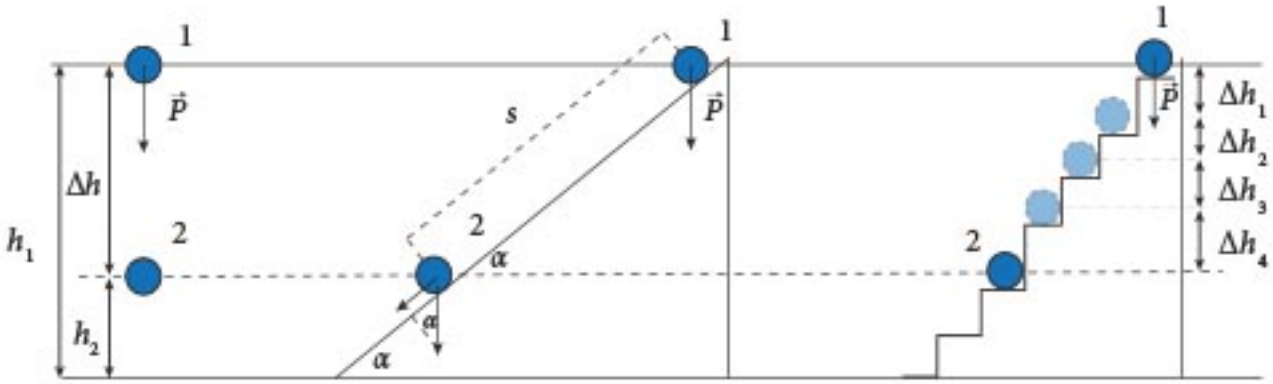
Прашања и задачи:

1. Едно тело поминува одреден пат. Кои податоци ти се потребни за да ја пресметаш работата на телото?
2. Замисли дека влечеш еден куфер по хоризонтална подлога. Под кој агол во однос на хоризонталата треба да биде поставена силата со која влечеш за да извршиш минимална работа? Образложи.
3. Дефинирај работа од 1 J?
4. Кога една сила врши негативна работа?
5. Објасни ја зависноста на моќноста на едно тело од физичките величини работа и време.
6. Ако потенцијалната енергија на едно тело се зголеми четири пати, тоа значи дека истото си ја зголемило својата надморска висина за $\Delta h = 60\ \text{m}$. Пресметај ја висината на која се наоѓало телото и во двата случаи.
7. Под дејство на влечната сила на моторот $F = 2\ \text{kN}$, автомобилот постигнува брзина $v = 72\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ако коефициентот на корисното дејство изразен во проценти изнесува 88%, пресметај ја моќноста на моторот.
8. Моторот на една дигалка има способност да подигнува товар од $m = 60\ \text{t}$, за време од $t = 10\ \text{s}$ на висина $h = 6\ \text{m}$. Моторот на еден патнички авион при потисна сила $F = 90\ \text{kN}$ постигнува брзина $v = 260\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Пресметај го односот на моќностите на двата мотора.

3.3 Закон за запазување на енергијата

Конзервативни сили и работа на конзервативни сили

Пример: да го разгледаме движењето на топче што паѓа во близина на Земјата, неговото лизгање по коса рамнина без триење, како и неговото спуштање по скали без потскокнување (слика 1). Во сите три ситуации, на топчето дејствува Земјината тежа. Без разлика на различните патеки, во секој случај топчето се движи надолу под влијание на истата сила – Земјината тежа.



Слика 1. Топче паѓа од висина h, топче се спушта по наведена рамнина од висина h и топче се спушта по скали со висина h.

Работата што ќе ја изврши Земјината тежа во првиот случај е: $A = P\Delta h = mg\Delta h$.

Да видиме на што е еднаква работата на Земјината тежа во вториот случај.

Во вториот случај само компонентата P_x врши работа.

Затоа $A = P_x s$

По правило на слични триаголници важи:

$\frac{P_x}{P} = \frac{\Delta h}{s}$ односно $P_x s = P\Delta h$ каде што со замена на $P = mg$ се добива, $P_x s = mg\Delta h$, односно за работата што ја врши Земјината тежа се добива $A = mg\Delta h$

Во третиот случај кога топчето се спушта по скали, работата што ја врши Земјина тежа е:

$A = mg\,\Delta h_1 + mg\,\Delta h_2 + mg\,\Delta h_3 + mg\,\Delta h_4 = mg(\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \Delta h_4)$.

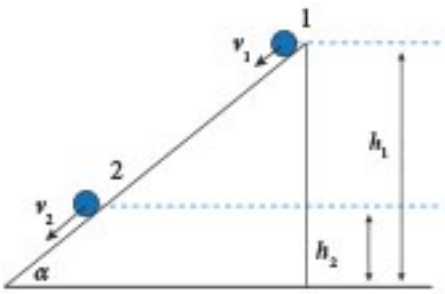
Од цртежот на слика 1 може да се види дека $\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \Delta h_4$ и за работата што ја врши Земјината тежа се добива $A = mg\,\Delta h$

Може да се забележи дека во сите три случаи работата што ја врши Земјината тежа е еднаква.

Без разлика дали телото паѓа од висина h или се спушта по наведената рамнина без триење или се спушта по патека со друг облик, работата што ја врши Земјината тежа е еднаква.

Во природата постојат сили такви што при промена на положбата на телото, работата што ја вршат силите не зависи од патеката по која се движи телото туку зависи само од почетната и крајната положба на телото. Овие сили се наречени **конзервативни сили,** а системите во кои дејствуваат конзервативните сили се наречени конзервативни системи. На тебе останува да определиш дали работата на конзервативните сили зависи од изборот на референтната површина во однос на која е подигнато телото.

Закон за запазување на механичката енергија



▲ **Слика 2.** Топче се спушта по наведена рамнина без триење

Збирот на потенцијалната и кинетичката енергија на еден систем се нарекува **вкупна механичка енергија** на системот и се означува со E.

$$E = E_p + E_k$$

На сликата 2 е покажано тело кое се лизга без триење. Во почетната точка 1, телото има почетна брзина v_1, додека во точката 2 има брзина v_2.

Вкупната работа што ја врши земјината тежа е еднаква на промената на кинетичката енергија на телото.

$$A = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$$

Од друга страна рековме дека работата што ја врши Земјината тежа е:

$$A = -\Delta E_p = -(E_{p2} - E_{p1})$$

Од каде што следува дека

$$E_{k2} - E_{k1} = -(E_{p2} - E_{p1}) \text{ или } E_{k2} + E_{p2} = E_{k1} + E_{p2}$$

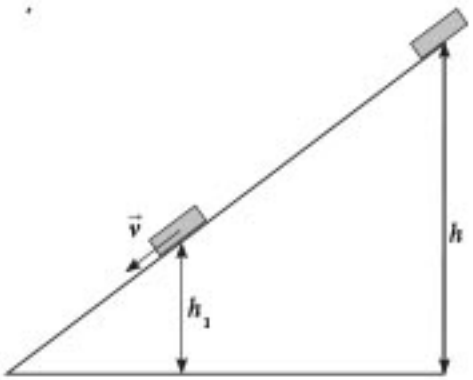
$$E_2 = E_1$$

Во конзервативните системи вкупната механичка енергија не се менува.

Овој закон се нарекува закон за запазување на механичката енергија. Законот за запазување на механичката енергија важи во конзервативни системи, односно во системи во кои владеат конзервативни сили.

Решен пример 1:

На врвот од една наведена рамнина, на висина $h = 10\,\text{m}$, е поставена плочка. Под дејство на силата на Земјината тежа, плочката почнува да се лизга по рамнината. На која висина мерена во однос на подножјето, плочката ќе има брзина $v = 6\,\frac{\text{m}}{s}$? Силата на триење помеѓу плочката и подлогата да се занемари. ($g = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$).



▲ **Слика 3.** Плочка се движи по наведена рамнина

Совети:

При решавање на задачи од областа на механиката секогаш имајте на ум дека е возможно да го искористиш законот за запазување на механичката енергија и така поедноставно да дојдеш до посакуваниот резултат.

Дадено е:

$h = 10\,\text{m};\qquad v = 6\,\frac{\text{m}}{\text{s}};\qquad g = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Се бара:

$h_1 = ?$

Решение:

Според законот за запазување на механичката енергија се запишува

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$$

Пред да почне да се лизга плочката нејзината кинетичка енергија $E_{k1} = 0$, па се добива

$$E_{p1} = E_{p2} + E_{k2}$$

Со замена на изразите за потенцијална и кинетичка енергија

$$mgh = mgh_1 + \frac{mv^2}{2}$$ и со кратење на членот m имаме

$$gh = gh_1 + \frac{v^2}{2}$$

Од последната равенка за h_1 се добива

$$h_1 = \frac{gh - \frac{v^2}{2}}{g} = 10\,\text{m} - \frac{\left(6\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2}{2} = 8{,}2\,\text{m}$$

Но, што се случува доколку постојат и силите на отпорот на средината, како на пример силите на триењето?

Неконзервативни сили

За разлика од конзервативните сили, неконзервативните сили се карактеризираат по тоа што работата што ја вршат зависи од патеката по која се движи телото, а не само од почетната и крајната положба на телото.

На пример, ако едно тело се спушта од одредена висина h по различни патеки, и притоа силите на триење не се занемарливи, работата на силата на триење ќе зависи од вкупната должина на патеката, а не само од висинската разлика помеѓу почетната и крајната положба на телото. Затоа овие сили се наречени неконзервативни сили. Силата на триење е неконзервативна сила.

Закон за запазување на енергијата



▲ Слика 4. Метеор

Кога силата на триење врши работа врз некое тело, вкупната механичка енергија на телото се намалува. Се вели, механичката енергија во присуство на неконзервативни сили не се запазува.

Сепак енергија не се губи. Загубата на механичката енергија предизвикана од триењето се претвора во топлинска енергија, при што количеството на создадена топлина при триењето е еднаква на количеството изгубена механичка енергија. При движење на метеорот низ атмосферата, поради триењето со воздухот, дел од механичката енергија преминува во топлинска енегија. (Слика 4).

Врската помеѓу работата што ја врши неконзервативната сила и промената на механичката енергија е дадена со изразот:

$$A = \Delta E = E_2 - E_1$$

Односно,

> Работата што ја вршат неконзервативните сили е еднаква на промената на механичката енергија.

Оваа равенка може да се запише како:

$$E_2 = E_1 + A$$

Кога работа врши силата на триење, работата е негативна, тоа значи дека механичката енергија во крајната положба е помала од механичката енергија во почетната положба, а разликата на енергиите преминала во топлина (или некој друг облик).

Решен пример 2:

Фудбалска топка со маса 40 g, по ударот од фудбалерот се движи со брзина 30 m/s. Движејќи се по тревник, брзината на топката се намалува на 20 m/s по изминати 40 m. Коефициентот на триење помеѓу топката и тревата изнесува 0,15. Пресметај:

а) ја промената на кинетичката енергија на топката.
б) колкава работа врши силата на триење.

Дали целата изгубена механичка енергија е потрошена за совладување на силата на триење?

Дадено:

$m = 430\ \text{g} = 0{,}43\ \text{kg}$

$v_1 = 30\ \text{m/s}$

$v_2 = 20\ \text{m/s}$

$s = 40\ \text{m}$

$\mu = 0{,}15$

Се бара:

а) $\Delta E_k = ?$

Промененатa на кинетичката енергија на топката е:

$$\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$$

$$\Delta E_k = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

$$\Delta E_k = \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Delta E_k = -107{,}5\ \text{J}$$

б) Работата што ја врши силата на триење е:

$$A = -F_tr\,s$$

$$A = -\mu mgs$$

$$A = -\mu mgs$$

$$A = -25{,}3\ \text{J}$$

Од добиените резултати може да се заклучи дека целата изгубена енергија не се троши за совладување на силата на триење. Можеш ли да дадеш одговор каде е „изгубена" останата енергија?

Ако сакаш повеќе да знаеш:

- Како законот за запазување на енергија доведе до откритие на нова честичка

  Во 1930 година, физичарот Волфганг Паули се соочил со мистерија. При распаѓање на некои атомски јадра, енергиите на честичките пред и по распаѓањето не се совпаѓале. Според законот за запазување на енергија, тоа не смеело да се случи.

  Нешто недостасувало.

  Паули предложил дека постои невидлива честичка, која носи дел од енергијата и импулсот – но не може лесно да се забележи, бидејќи нема електричен полнеж и речиси не се судира со материја. Подоцна, оваа честичка била наречена неутрино, што значи „мало неутрално“ (на италијански).

  Со години неутриното било само теорија, но во 1956 година научниците конечно успеале да го откријат и експериментално. Тоа било триумф за физиката – доказ дека природата навистина ја „почитува“ енергијата, дури и кога ние не можеме веднаш да го видиме целиот процес.

- Законот за маса-енергија

  Во 1905 година, Алберт Ајнштајн го предложил своето познато откритие: $E = mc^2$. Оваа равенка покажува дека масата и енергијата се всушност две различни форми на истото нешто. Според Ајнштајн, и масата има енергија, и тоа не само како потенцијална или кинетичка, туку како „вградена“ енергија која ќе може да се ослободи под одредени услови.

  Ова откритие значително го променило разбирањето на законот за запазување на енергијата. Дотогаш, законите на физиката велат дека енергијата не може да се создаде или уништи, туку само да се претвори од една форма во друга. Но, со $E = mc^2$, Ајнштајн ја покажал поврзаноста на масата и енергијата, односно, дека масата може да се претвори во енергија, а енергијата може да се претвори во маса.

  Ова се случува при нуклеарните реакции. Во ѕвездите, како и во нуклеарните централи, малку од масата на атомското јадро се претвора во огромно количество енергија. Тоа значи дека кога зборуваме за запазување на енергијата, треба да ја земеме предвид и „скриената“ енергија која се крие во самата маса.

Прашања и задачи:

1. Еден стрелец исфрла вертикално нагоре стрела која достигнува височина $h = 30$ m. Со колкава брзина стрелата ќе падне на Земјата? Отпорот на воздухот да се занемари.
2. Едно тело со маса $m = 200$ g, кое се наоѓа на висина h, пуштено е слободно да паѓа. Во моментот кога неговата потенцијална енергија ќе се намали три пати, неговата кинетичка енергија ќе се зголеми за 50 J. Пресметај ја дадената висина.
3. Тело е пуштено слободно да паѓа од висина $h = 1{,}2$ km. Пресметај ја брзината на телото во моментот кога потенцијалната енергија ќе биде четири пати помала од кинетичката.
4. Едно тело со маса 200 g е пуштено слободно да паѓа од висина h. Во моментот кога неговата потенцијална енергија ќе се намали три пати, неговата кинетичка енергија ќе се зголеми за 50 J. Пресметај ја дадената висина.
5. Дали ако количка се пушти од висина 2,5 R ќе може да ја помине „мртвата патека“ (слика 5) ако:
   - **а)** количката се движи без почетна брзина и без триење
   - **б)** количката има почетна брзина и нема триење
   - **в)** количката нема почетна брзина и постои сила на триење



▲ **Слика 5.** Мртва патека

Размислувај како научник

Дали знаеш како функционираат ролеркостерите? Зошто возот започнува со движење од највисокиот рид? Зошто кога влегува во „мртва патека“ (јамка) не излетува од неа? И колку возењето со ролеркостер може да биде опасно?

Наслов на научното истражување: Дизајн на ролекостер и законот за запазување на енергијата

Во оваа активност ќе се ставиш во улога на инженер кој треба да дизајнира безбеден, но возбудлив ролеркостер. За тоа ќе ти бидат потребни основни познавања од физиката.

Ќе користиш едноставни пресметки за да провериш дали твојот дизајн е физички возможен, безбеден и доволно возбудлив!

Твојот предизвик:

Чекор 1: Нацртај на лист хартија скица на ролеркостер што се состои од:



▲ **Слика 6.** Ролеркостер со воз на највисоката точка од „мртвата патека“ (јамка)

- еден висок почетен рид,
- два пониски рида,
- и една „мртва патека“ (јамка).

Размисли: Дали треба да внимаваш на редоследот на овие елементи?

Чекор 2: Зададе свои вредности за:
- висината на трите рида,
- радиусот на „мртвата патека“,
- должината на патеката од почетокот до „мртвата патека“.

Како помош можеш да користиш податоци од:
- https://rcdb.com
- https://coasterpedia.net

Чекор 3: Според твојата скица и зададените вредности, направи пресметки за:
- Почетната потенцијална енергија на возот со маса од 1000 kg (воз + 6 патници).
- Брзината на возот на дното од првиот рид:
  ако нема сила на триење,
  ако коефициентот на триење е 0,15.

Чекор 4: Возот стигнува до вториот елемент со брзината од најниската точка.
- Дали ќе може да го помине ако триењето е занемарливо?
- А ако триењето не може да се занемари?

Размисли: Дали треба да го промениш редоследот на елементите во твојот ролеркостер?

Чекор 5: Знаејќи дека безбедното забрзување за луѓе е до 4 g, определи:
- Дали твојот дизајн е безбеден?

Чекор 6: Провери дали возот може да ги помине сите елементи:
- ако триењето е занемарливо и
- ако триењето има реално влијание.

За визуелна помош користи ја интерактивната симулација:

https://phet.colorado.edu/en/simulation/energy-skate-park

Резиме:

- Енергијата што ја имаат телата како резултат на движењето, положбата, како и деформацијата се нарекува механичка енергија.
- Постојат два вида на механичка енергија: кинетичка и потенцијална енергија, кои лесно преминуваат од еден во друг облик.
- Енергијата што ја имаат телата во движење се нарекува кинетичка енергија и се пресметува по формулата: $E_k = \frac{mv^2}{2}$.
- Потенцијална енергија е енергијата што едно тело ја има поради својата положба или состојба.
- Енергија што ја поседува тело кое има потенцијал да се движи бидејќи е подигнато на некоја висина во однос на Земјата се нарекува гравитациона потенцијална енергија и се пресметува по формулата: $E_p = mgh$
- Енергијата што ја има деформираната пружина е наречена еластична потенцијална енргија и се пресметува по формулата: $E_p = \frac{k\Delta l^2}{2}$.
- Производот од силата и поместувањето на телото под дејство на таа сила се нарекува механичка работа и се пресметува по формулата: $A = \vec{F}\Delta\vec{r}$.
- Единица за механичка работа е џул (J).
- Вкупната работа на сите сили што му дејствуваат на телото е еднаква на промената на кинетичката енергија на телото под дејство на тие сили. $A = E_{k2} - E_{k1}$.
- Работата што ја врши Земјината тежа е еднаква на намалувањето на потенцијалната енергија на телото односно: $A = -(E_{p2} - E_{p1})$.
- Работата на еластичната сила е еднаква на намалувањето на потенцијалната енергија на деформираната пружина, односно: $A = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p$.
- Физичката величина што определува колкава работа се врши во единица време се нарекува моќност. Единица за моќност е ват (W).
- Коефициентот на корисно дејство на машините е количник од работата која ја врши машината (корисната работа A_k) и работата (или енергијата) вложена (вложената работа A_v) за извршување на истата. Коефициентот на корисно дејство се изразува во проценти, односно: $\eta = \frac{A_k}{A_v} \cdot 100\%$.
- Доколку при промена на положбата на телото, работата што ја вршат силите не зависи од патеката по која се движи телото туку зависи само од крајната почетната и крајната положба на телото, станува збор за конзервативни сили, а системите во кои дејствуваат конзервативните сили се наречени конзервативни системи.
- Во конзервативните системи вкупната механичка енергија не се менува.
- Неконзервативните сили се карактеризираат по тоа што работата што ја вршат зависи од патеката по која се движи телото, а не само од почетната и крајната положба на телото.
- Односно, работата што ја вршат неконзервативните сили е еднаква на промената на механичката енергија: $A = \Delta E = E_2 - E_1$.

Тема 3 ПРОВЕРИ КОЛКУ НАУЧИ

1. Кога детето се спушта по лизгалка неговата:

   а) потенцијалната енергија се намалува поради триењето;

   б) кинетичка енергија се претвора во потенцијална;

   в) потенцијалната енергија се претвора во кинетичка;

   г) кинетичка енергија останува постојана.

2. Законот за запазување на механичка енергија важи кога:

   а) дејствуваат силите на триење;

   б) телото ротира околу оска;

   в) дејствуваат само конзервативни сили;

   г) телото се удира во друго тело.

3. Зошто машините не можат да имаат 100% ефикасност?

   а) бидејќи дел од енергијата секогаш се губи во форма на топлина и звук;

   б) затоа што влезната работа секогаш е еднаква на излезната;

   в) бидејќи сите сили во машината се конзервативни;

   г) затоа што енергијата се зголемува со триење.

4. Што точно се случува со енергијата при скок со падобран?

   а) потенцијалната енергија се зголемува со намалување на висината;

   б) потенцијалната енергија се претвора во кинетичка, а притоа дел се троши на совладување на отпорот на воздухот;

   в) кинетичката енергија се претвора целосно во потенцијална;

   г) енергијата се губи поради отпорот на воздухот.

5. Што се случува со вкупната механичка енергија кога телото се движи по подлога со триење?

   а) таа останува иста, бидејќи триењето не влијае;

   б) се зголемува бидејќи телото забрзува;

   в) се намалува бидејќи дел од енергијата се претвора во топлина;

   г) се претвора целосно во потенцијална енергија.

6. Објасни зошто енергијата на едно тело не може да биде негативна. Поврзи го тоа со поимите маса, брзина и висина.

7. Анализирај ситуација кога дете се ниша на лулашка. Како се менува неговата механичка енергија за време на движењето?

8. Наведи пример од секојдневието каде што кинетичката енергија се претвора во еластична, па потоа во топлинска енергија. Објасни ги фазите.

9. Објасни зошто е потребно повеќе енергија при искачување на планина отколку при одење на рамен пат.

10. Замисли дека си инженер кој дизајнира ефикасен механизам за подигање товар. Кои фактори треба да ги земеш предвид за да ја намалиш загубата на енергија?

11. Објасни како се трансформира енергијата кога автомобил ќе удри во заштитна ограда.

12. Предложи подобрување на безбедносните системи кај автомобил (на пример; воздушни перничиња) користејќи го законот за запазување на енергијата.

Тема 4

ФЛУИДИ

Содржини во оваа тема:

1. Притисок и негово пренесување низ флиуд
2. Хидростатски притисок
3. Сила на потисок. Архимедова сила
4. Равенка на континуитет. Бернулиева равенка



Во темата „Флуиди" ќе учиме за течностите и гасовите и за нивното однесување во различни услови. Ќе ги запознаеме законите што ги опишуваат мирувањето и движењето на флуидите. Физиката што ги проучува флуидите се дели на два дела: статика и динамика на флуиди.

Статиката на флуидите ја проучува рамнотежата на течностите и гасовите, односно состојбата кога флуидот е во мирување и кога нема релативно движење помеѓу неговите честички. Во овој дел ќе објасниме како се распоредува притисокот во флуидот, што е хидростатскиот притисок и како Архимедовиот закон дејствува на тела потопени во флуид. Овие појави и закони се од суштинско значење за разбирање на природните и технолошките системи, на пример, зошто бродовите не тонат, како функционираат хидрауличните сопирачки, или зошто човек може да лебди на површината на Мртво Море.

Динамиката на флуидите ги проучува законите на движење на флуидите, промената на брзината, притисокот и густината на флуидот низ просторот и времето. Предмет на изучување се физичките поими и физичките закони кои го објаснуваат движењето на флуидите, а ќе бидат објаснети равенката на континуитет и Бернулиевата равенка. Овие принципи и закони имаат примена во хидрауличните системи, аеродинамиката, инженерството, на пример, како авионите добиваат потисок и летаат, зошто водата тече побрзо кога млазот е потесен, или како работи шприцот кога влечеме течност во него.

Цели:

- Да идентификуваш и објаснуваш примери од секојдневниот живот применувајќи ги законите на физиката на флуиди.
- Да решаваш проблемски задачи поврзани со механиката на флуиди.
- Да ја оправдаш важноста на безбедносните мерки во авионската, поморската и автомобилската индустија преку физичките закони.



4.1 Притисок и негово пренесување низ флуид



▲ **Слика 1.** Честички од парфем

Основни својства на флуидите

Материјата може да се сретне во една од четирите агрегатни состојби: тврда, течна, гасовита и состојба на плазма. Сите супстанции се составени од мали честички наречени **молекули**. Тие се во постојано движење. Агрегатната состојба на супстанцијата ни кажува колку се оддалечени молекулите и колку силно си заемнодејствуваат меѓу себе. На пример, во коцка мраз молекулите на водата се блиску и цврсто поврзани, додека во пареата се далеку и се движат слободно.

Силите со кои си заемнодејствуваат молекулите се нарекуваат **меѓумолекуларни сили**. Кога овие сили се слаби, молекулите можат лесно да се движат, велиме дека таа супстанција е во состојба на **флуид**. И воздухот што го вдишуваме и водата што ја пиеме се флуиди, кои во некои својства се слични, а во некои различни.

Флуиди се супстанции кои можат да течат. Течните и гасовите супстанции со едно име ги викаме флуиди.

Пример 1:

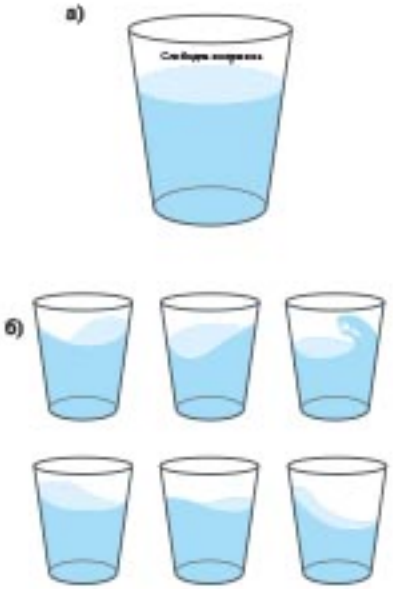
Кога мирисате парфем во соба, неговите молекули патуваат низ воздухот до вашиот нос. Тоа е доказ дека молекулите се движат. (слика 1)

Течностите и гасовите имаат некои заеднички својства. Привлечната (**кохезиска**) сила меѓу молекулите од флуидите е помала во споредба со привлечната сила кај цврстите тела. Тоа ги прави да бидат лесно подвижни. Движењето на флуидите значајно се разликува од движењето на цврстите тела. Цврстите тела не ја менуваат формата при движењето. За разлика од нив, флуидите при движењето го менуваат својот облик и ја зафаќаат формата на садот во кој се наоѓаат.

Треба да се има предвид дека помеѓу течностите и гасовите, во состојба на мирување има значајни разлики. Течностите зафаќаат само определен волумен, додека гасовите го зафаќаат целиот волумен кој им е даден на располагање. Течностите не се стисливи (**компресибилни**) и имаат поголема густина, додека гасовите се стисливи и имаат помала густина. Ова се должи на поголемите меѓумолекуларни растојанија и на помалите меѓумолекуларни сили кај гасовите во однос на течностите.

Пример 2:

Ако имаме чаша со чај, ние можеме точно да означиме до каде е полна чашата на тој начин што ја гледаме површината што ја одвојува течноста од воздухот во просторијата. Таа површина ја нарекуваме **слободна површина** (слика 2). Слободната површина на течноста во мирување секогаш се поставува хоризонтално - нормално на Земјината тежа. Ако ја наведнеме чашата, ќе забележиме дека слободната површина повторно е поставена хоризонтално. Ако на течноста во чашата дејствуваат и други сили, тогаш слободната површина се поставува нормално на резултантната сила од силите кои ѝ дејствуваат. Така, ако во чашата со чај ставиме мед и со лажица го промешаме чајот, ќе забележиме дека слободната површина е закривена.



▲ **Слики 2.** Слободна површина а) во мирување и б) под дејство на други сили

Густина е физичка величина што покажува колку маса има во одреден волумен.

Се означува со грчката буква ρ (ро) и се пресметува со формулата:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Бидејќи меѓумолекуларните сили се слаби, гасот можеме да го стиснеме, односно да го **компримираме** во многу мал волумен. Со збивање на молекулите од гасот во помал волумен (се намалува меѓумолекуларното растојание) се зголемува бројот на судири на молекулите со ѕидовите од садот во кој се наоѓаат, па на тој начин се зголемуваат густината и притисокот на флуидот.

Компримиран флуид е флуид кај кој при намалување на неговиот волумен доаѓа до зголемување на густината и притисокот.

Притисок и сила на притисок

Притисок

Замислете дека шетате по свежо паднат снег. Без скии, вашите стапала тонат длабоко. Но, со скии одеднаш можете да стоите на површината (Слика 3). Зошто е тоа така? Одговорот лежи во тоа како вашата тежина се распоредува врз снегот. Оваа појава се објаснува преку притисокот.



▲ **Слика 3.** Кога чекориме врз мек снег без скии пропаѓаме во снегот, бидејќи стапалата вршат многу поголем притисок од скиите.

Притисок е односот помеѓу големината на силата и плоштината на површината врз која таа дејствува во нормалната насока.

$$p = \frac{F}{S}$$

Доколку со иста сила дејствуваме на помала плоштина, притисокот е поголем. Ова е причината зошто не им дозволуваме на децата да скокаат на креветот! Кога лежат нема никаков проблем, тежината се распоредува по целата плоштина на нашето тело. Но, кога скокаат, тие стојат со нивните стапала кои имаат мала плоштина, при што вршат многу голем притисок, па може да дојде до оштетување на креветот.

За разлика од силата, притисокот е скаларна величина.

Единица мерка за притисок е Паскал, со ознака (Pa). Кога равенката за притисок ќе ја изразиме преку мерните единици, ќе можеме да ја дефинираме и мерната единица за притисок. Мерна единица за сила е Њутн (N), мерна единица за плоштина е метар квадратен (m^2), значи:

$$1\,\text{Pa} = 1\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Притисокот изнесува 1 Pa ако сила од 1 N дејствува нормално на површина со плоштина од 1 m^2.

Атмосферски притисок

При промена на надморската височина, како при искачување на планина, лет со авион или возење со жичница, чувствуваме непријатност во ушите. Зошто се појавува ова чувство? Атмосферата се протега околу 12 km над нас. Иако нејзината густина е мала и дополнително се намалува во погорните слоеви, на морско ниво на метар квадратен притиска воздушен столб приближно од 10 тони. Тоа значи дека воздухот над нас има маса слична на голем камион натоварен со песок.

Бидејќи атмосферата има маса, таа врз Земјата дејствува со својата тежина, односно врши притисок. Притисокот што се јавува како резултат на воздушната маса која нè опкружува, се нарекува **атмосферски притисок** p_0.

Нормалниот атмосферски притисок е определен на нула надморска височина и изнесува $p_0 = 101325$ Pa или $p_0 = 1$ atm (атмосфера).

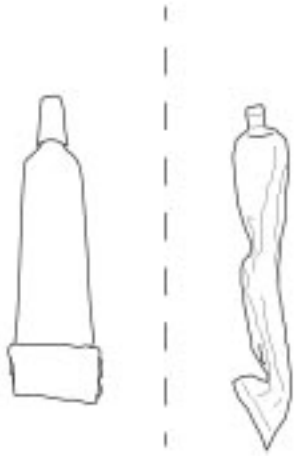
Друга единица мерка за притисок што се користи во секојдневниот живот е бар (bar). Кога би сакале да го измериме притисокот на гумата од велосипедот како мерна единица би ја користеле бар (bar). Просечниот притисок на гума од градски велосипед изнесува (3,5 – 5) bar. Оваа единица изразена во Паскал изнесува: $1\,\text{bar} = 10^5\,\text{P}_\text{a}$.

Мерната единица (bar) има голема примена во машинската, автомобилската, хемиската, гасната индустрија. Денес сè поретко се користи и во метеорологијата.

Паскалов закон

Како точно се распоредува притисокот низ флуидите?

Вообичаено, кога ја стискаме пастата за заби, тоа го правиме на еден од двата начини: или ја притискаме тубата на нејзиниот крај, или ја стискаме некаде по должината на тубата (слика 4). Но, без разлика каде ја стискаме, пастата секогаш излегува од отворот. Зошто? Бидејќи флуидот (пастата) што се наоѓа во тубата го пренесува притисокот еднакво во сите насоки.



▲ **Слика 4.** Два начини на стискање паста од тубата.

Во општ случај, ако притисокот во течноста се зголеми во која било точка од садот во кој се наоѓа, тогаш за истата вредност ќе се зголеми и притисокот во секоја друга точка од садот. Ова го забележал францускиот научник Блез Паскал и го поставил како закон наречен Паскалов закон.

Притисокот кај флуидите во затворен сад се пренесува еднакво до секоја точка на течноста и до ѕидовите од садот.

Овој ефект може да се види во следниот пример.

Пример 3:

Земаме пластична топка на која се направени повеќе отвори. Во еден од отворите ставаме шприц. Топката ја полниме со вода и го притискаме клипот од шприцот така што на водата во топката ѝ дејствуваме со сила. Што забележуваме?

Одговор: Водата истекува подеднакво од сите отвори (слика 5). Без разлика како е поставен шприцот и во која насока се отворите, водата ќе тече низ сите отвори со иста брзина. Тоа значи дека притисокот што го создадовме со шприцот не се пренел само во правецот на притискање, туку се пренел рамномерно низ целата течност во топката.



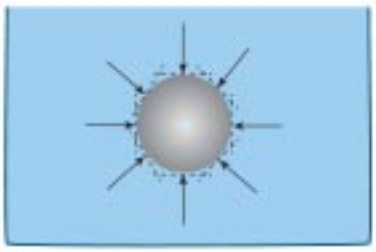
▲ **Слика 5.** Пластична топка, со повеќе отвори, наполнета со вода и поврзана со шприц. При притискање на клипот, водата излетува од сите отвори со еднаква брзина.

Сила на притисок

Видовме дека атмосферскиот притисок е последица од тежината на воздухот што го опкружува нашето тело. Но, атмосферскиот притисок не дејствува само на површината што се наоѓа под неа. Според Паскаловиот закон, притисокот се пренесува еднакво во сите насоки и на сите точки во флуидот.

Пример 4:

Кога ќе потопиме балон во вода, водата дејствува со сила врз балонот. Силата е поставена нормално на секоја точка од површината на балонот (слика 6).



▲ **Слика 6.** Силите кои му дејствуваат на балон потопен во вода

Пример 5:

Како пример за тоа како притисокот влијае врз флуидите и телата во нив, можеме да ја земеме океанската средина. На површината на океанот притисокот е приближно една атмосфера. Но, со секое спуштање во длабочината притисокот расте околу една атмосфера на секои 10 метри.



▲ **Слика 7.** Стиропорот е составен од многу мали меурчиња кои се исполнети со воздух.

Што се случува со тело што е потопено во флуид? Како флуидот дејствува на телото?

Кога тело е опкружено со флуид врз него дејствува сила која е резултат на судирите на молекулите од флуидот со телото. Таа сила дејствува на целата површина на телото, секогаш е насочена нормално на површината на телото и се нарекува сила на притисок.

Силата F со која флуидот дејствува нормално на единица плоштина S од површината на тело потопено во флуидот се нарекува **сила на притисок.**

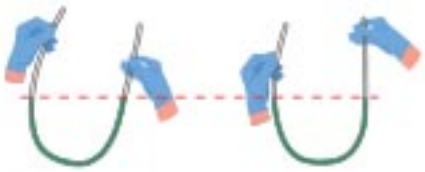
За да го покажат тоа, научниците ја користат следнава забавна демонстрација: стават чашки од стиропор (слика 7) во специјална мрежеста кеса што ја спуштаат длабоко во океанот. Како што чашите се спуштаат подлабоко, силата на притисок на водата ги стиска и воздухот внатре во ѕидовите на чашките се компримира, поради што чашите се собираат и се намалуваат.

Интересно е тоа што чашките ја задржуваат формата на чашка. Но, поголемите меурчиња повеќе се компримираат така што на крај сите меурчиња стануваат со слични димензии. Затоа чашките изгледаат малку изобличени.



▲ **Слика 8.** Научниците ги бојат чашките пред да ги спуштат во длабочините на океанот. Овие чаши од училиштето „Милхопер Монтесори" се наоѓаат покрај оригиналната чаша на која е прикажана разлика во големината. Извор: NOAA Ocean Exploration, експедиција „Exploring Carolina Canyons"

Хидраулика – Паскаловиот закон во акција



▲ **Слика 9.** Црево со обоена течност и два отворени краја. На левата слика подигнат е левиот отвор на цревото, а на десната десниот. Во двата случаи нивото на водата е еднакво на двата краја.

За подобро да разбереме како се пренесува притисокот низ флуиди, ќе разгледаме едноставен експеримент. Ова знаење има практична примена и во секојдневието и во технологијата.

Земаме проѕирно пластично црево и го полниме со обоена вода (слика 9). Двата краја на цревото се отворени. Без разлика дали ќе го подигнеме левиот или десниот крај на цревото, ќе забележиме дека нивото во двата крака останува исто. Зошто?

Причината е што на двата отвора дејствува еднаков надворешен притисок – атмосферскиот. Освен тоа, бидејќи течноста е нестислива, секое зголемување на волуменот на едниот крак ќе значи исто толкаво намалување на другиот.

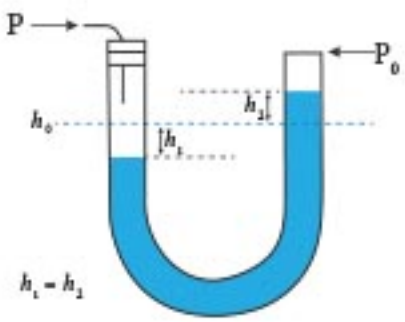
Што ќе се случи ако го зголемиме притисокот на еден од краевите, на пример, ако силно дувнеме во левиот крај? Воздухот ќе ја притисне течноста и таа ќе се повлече кон другиот крак. А што ако го намалиме притисокот, ако вшмукаме? Течноста ќе навлезе и ќе се искачи погоре во кракот каде што вшмукавме.

Пример 6:

Цевка со форма на латиничната буква „U“ е наполнета со течност (слика 10). Нивото на течноста во двата крака првично се наоѓа во положбата h_0. Потоа, во левиот крак дејствува дополнителен притисок P, поголем од атмосферскиот.

Како резултат, течноста во левиот крак се спушта за некоја висина h_1, а во десниот се искачува за висина h_2. Бидејќи течноста е нестислива, а дијаметарот на цевката е ист насекаде, промените во нивоата се еднакви: $h_1 = h_2$.

Ова покажува дека промената на притисокот се пренесува низ течноста и предизвикува промена на нивото на течноста, кое зависи од односот на притисоците во двата крака.



▲ **Слика 10.** Зголемување и намалување на нивото на течноста во краците на црево.

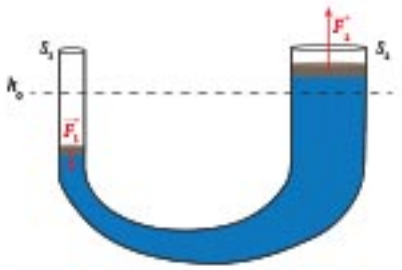
Овој едноставен пример претставува основа за примената на Паскаловиот закон во разни уреди што ги користиме во секојдневниот живот.

Во хидрауликата зголемувањето на притисокот што се пренесува преку нестислив флуид се нарекува хидрауличен притисок.

Да разгледаме неколку посложени системи што го користат овој принцип.

Хидраулични машини

Видовме дека кога истата сила дејствува на различни плоштини се добива различен притисок (слика 3). Но, низ течностите притисокот е насекаде ист. Тоа значи дека со промена на плоштината на која дејствува течноста може да се добие различна сила. Да разгледаме уште еден пример.



▲ **Слика 11.** Асиметрична U-цевка во која левиот крак е со помал напречен пресек од десниот. Над нивото на течноста во двата крака има клип на кој може да дејствува надворешна сила.

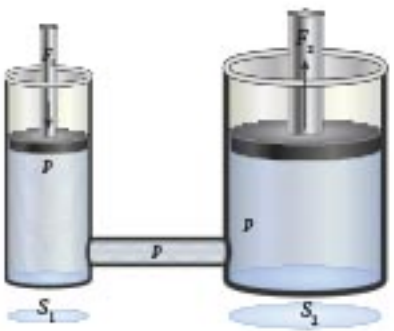
Пример 7:

Асиметрична цевка со форма на латиничната буква „U“ е наполнета со течност (слика 11). Над течноста во двата крака се наоѓа клип. Левиот крак има помала плоштина на напречниот пресек од десниот ($S_1 < S_2$). Нивото на течноста во двата крака првично се наоѓа во положбата h_0. Потоа, на клипот на левиот крак со плоштина S_1 се дејствува со мала сила F_1. Така создава дополнителен притисок $P = F_1/S_1$, поголем од атмосферскиот.

Според Паскаловиот закон, овој дополнителен притисок еднакво ќе се пренесе во сите точки. Тоа значи дека ист толкав притисок ќе дејствува и на вториот клип. Колкава ќе биде тогаш силата? Силата F_2 што дејствува на вториот клип ќе биде поголема. Всушност, според Паскаловиот закон, притисокот се пренесува подеднакво низ течноста, па важи:

$$p = \frac{F_1}{S_1} \qquad p = \frac{F_2}{S_2} \qquad \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

Овој пример покажува како мала сила F_1 може да создаде поголема сила F_2 ако дејствува на помала плоштина, што претставува основа на дејствувањето на хидрауличните системи.



▲ **Слика 12** Хидраулична дигалка

Во технологијата, ова својство се применува кај хидрауличните системи кои изгледаат како скицата на слика 12. Паскаловиот закон кај хидрауличните системи овозможува, со дејство на мала сила врз малиот клип, да се јави поголема сила кај поголемиот клип.

Решен пример 1:

Врз малиот клип од една хидраулична дигалка дејствува сила $F_1 = 50$ N. Пресметај ја силата со која се дејствува на големиот клип, ако малиот клип се спушта за висина $h_1 = 25$ cm, а големиот клип се подига за $h_2 = 15$ mm.

Дадено е:

$F_1 = 50$ N; $h_1 = 25$ cm $= 25 \cdot 10^{-2}$ m; $h_2 = 15$ mm $= 15 \cdot 10^{-3}$ m

Се бара:

$F_2 = ?$

Решение:

Се запишуваат равенките за притисок и за двата клипа:

$$P_1 = \frac{F_1}{S_1} \qquad P_2 = \frac{F_2}{S_2}$$

Бидејќи волуменот на течноста е ист и за двата клипа можеме да запишеме:

$$S_1 h_1 = S_2 h_2 \qquad \text{или} \qquad \frac{S_2}{S_1} = \frac{h_1}{h_2}$$

$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$ од овде се изразува силата $F_2 = S_2 \frac{F_1}{S_1} = \frac{S_2}{S_1} F_1 = \frac{h_1}{h_2} F_1$

$$F_2 = \frac{25 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{15 \cdot 10^{-3}\ \text{m}} \cdot 50\ \text{N} = 1{,}667 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{3} \cdot 50\ \text{N} = 83{,}35 \cdot 10^{1}\ \text{N} = 833{,}5\ \text{N}$$

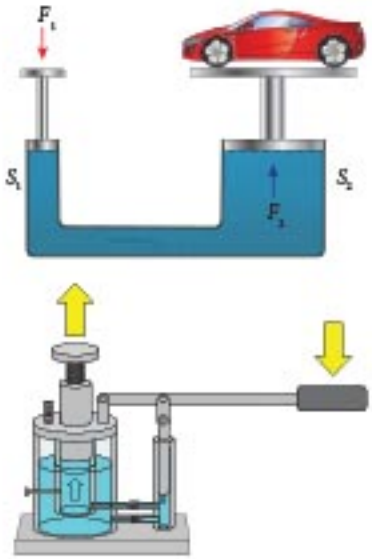
Хидрауличната дигалка, прикажана на слика 13, е еден од примерите каде што се користи Паскаловиот закон. На малиот клип со површина S_1 ѝ дејствува мала сила F_1, која предизвикува зголемување на притисокот во флуидот, како што е маслото. Според Паскаловиот закон, ова зголемување на притисокот се пренесува на поголемиот клип со површина S_2 каде што маслото му дејствува со сила F_2.

Со примена на Паскаловиот закон и равенката за притисок, за силата F_2 со која флуидот дејствува на поголемиот клип се добива (како во примерите 6 и 7):

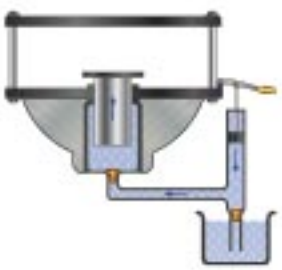
$$F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$$

На истиот начин се објаснува и работата на **хидрауличната преса** (слика 14) којашто се користи во индустриите на метал, пластика и гума. Служи за обликување, притискање или компримирање на предметите. Таа се состои од два цилиндри со различна плоштина на напречен пресек (помал и поголем), поврзани со цевка и исполнети со некомпресибилна течност (најчесто масло). Во секој цилиндар има помал и поголем клип. Објаснението за начинот на работа го дава Паскаловиот закон и равенката за притисок.

Хидрауличните кочници (слика 15) се составен дел на сите автомобили. Кога возачот со нога ќе ја притисне кочницата, се

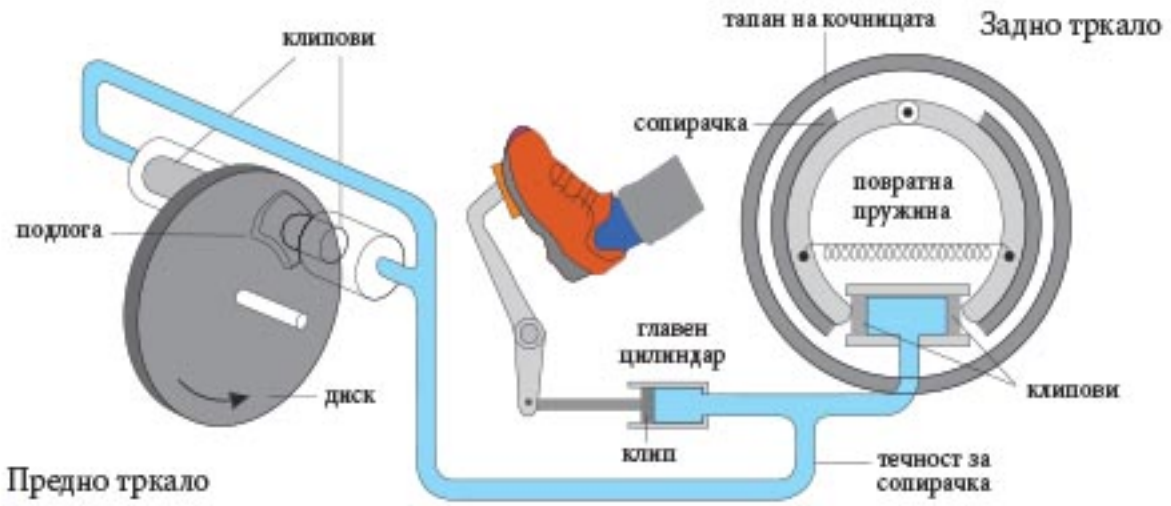


▲ **Слика 13.** Хидраулична дигалка



▲ **Слика. 14.** Хидраулична преса

зголемува притисокот во течноста за сопирање во цилиндарот. Тој притисок преку цевките се пренесува до дисковите за сопирање, кои се споени со тркалата од автомобилот. На тој начин, возачот со примена на мала сила може безбедно да го запре автомобилот.



▲ Слика 15. Хидраулична кочница

Ако сакаш да знаеш повеќе:

➤ Аномалија на водата

Водата има аномалија на густината: најгуста е на 4 °C. Ако продолжи да се лади под таа температура, густината повторно почнува да се намалува. Тоа значи дека мразот има помала густина од течната вода! Кога ќе замрзне водата, молекулите се подредуваат во структура со поголем простор меѓу нив, па мразот добива помала густина од течната вода и затоа плови. За ова својство на пловење и тонење ќе научиш повеќе во наредните неколку лекции. Оваа особина е клучна за животот на Земјата. Затоа што мразот плови, езерата и реките замрзнуваат одозгора, додека долниот слој на водата останува течен, со температура околу 4 °C. Тоа им овозможува на рибите и другите водени организми да преживеат дури и во најстудените зими. Без оваа аномалија, животот во слатководните екосистеми би бил речиси невозможен. Ова може да го пробате дома сами: наполнете чаша со ладна вода, блиску до 0 °C, и додадете коцки мраз. Потоа промешајте ја водата и внимателно спуштете термометар до дното на чашата. По некое време, ќе забележите дека температурата на водата на дното е околу 4 °C. Тоа е така бидејќи водата која е на 4°C е најгуста и тоне под поладната вода.

Блез Паскал (1623 – 1662) е француски математичар и физичар. Најголем придонес во математиката дал со својата работа врз теоријата на веројатноста, која ја развил обидувајќи се да реши проблем кој му го поставил некој прочуен коцкар. Така го создал образецот од бројки познат како Паскалов триаголник. Ја конструирал и првата дигитална машина за сметање. Ги поставил темелите на хидрауличниот притисок. Напишал и неколку филозофски есеи.

Отприлика пред 4000 години бил направен првиот воден часовник наречен клепсидра („крадец на вода"). Старите Грци ја користеле клепсидрата за мерење на времето за говор во судовите. Клепсидрата била сад од кој водата истекувала преку мал отвор на дното. Во III век пр.н.е., Ктесибиј ја усовршил оваа техника, создавајќи прецизни водни часовници. Истовремено старите Индијанци користеле едноставен инструмент наречен „гнати" – мала чинија со дупка на дното, која тонела во поголем сад со вода за 24 минути, што го сметале за еден час.

Џанг Хенг ја усовршил армиларната сфера, конструирајќи бронзен глобус што ги покажувал положбите на познатите ѕвезди. Ротацијата на глобусот, која траела точно една година, била придвижувана со помош на воден часовник поставен под него.

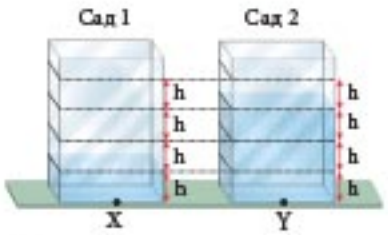
Прашања и задачи:

1. Што се случува кога ќе стиснеме шише полно со воздух?
2. Која е врската помеѓу притисокот и силата на притисок? Објасни ја разликата помеѓу нив.
3. Со соучениците спроведете дискусија на тема: „Од Паскаловиот закон до реална примена: Хидрауличните системи во современата техника".
4. Самостојно направете и објаснете го експериментот прикажан на сликата.

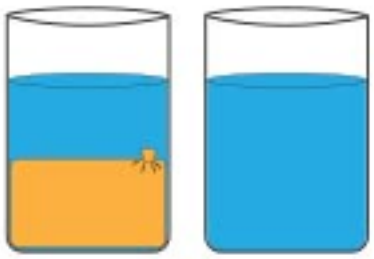


5. Во лифт за автомобили (хидраулична дигалка), компримираниот воздух дејствува со сила на помалиот клип со радиус од $R_1 = 9$ cm. Овој притисок се пренесува на поголемиот клип со радиус $R_2 = 19$ cm.
   а) Колкава е силата која дејствува на поголемиот клип, за да го подигне автомобилот со тежина од $G = 1{,}50 \cdot 10^4$ N?
   б) Пресметај го притисокот. Тежината на клиповите да се занемари.
6. Вертикален бетонски столб со основа чија површина изнесува $S = 0{,}5$ m^2. Ако неговата висина е $h = 2{,}5$ m, а густината на столбот изнесува $\rho = 3000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Пресметај го притисокот кој го врши столбот на земјата.

4.2 Хидростатски притисок



▲ **Слика 1.** Течност разгледана по слоеви



▲ **Слика 2.** Балон во сад, врз кој сипуваме вода. Во десниот сад наместо балонот има вода.

И течноста има своја тежина што не може да се занемари. Тоа посебно можеме да го забележиме при нуркање во длабоки води. Како се оди во длабочина така сè повеќе се чувствува тежината на водата. Ако течноста мисловно ја разделиме на слоеви, би рекле дека секој слој со својата тежина притиска на слоевите под него (слика1).

Пример: Замисли дека во еден стаклен сад поставуваме надуван балон. Балонот е поставен на дното и го зафаќа целиот простор до одредена висина. Потоа внимателно сипуваме вода во садот, така што водата се собира над балонот (слика 2). Што се случува?

Бидејќи водата има тежина, таа почнува да притиска надолу врз балонот. Под дејство на овој притисок, балонот се деформира, се сплескува и се потиснува надолу или настрана. Тоа значи дека водата врши притисок врз него. Сега замислете дека наместо балон, во долниот дел од садот има вода. Тоа значи дека горните слоеви на водата со својата тежина вршат притисок врз долните слоеви.

Притисокот кој се создава како резултат на тежината на течноста се нарекува хидростатски притисок.

Определување на величините од кои зависи хидростатскиот притисок

Сара забележала нешто интересно додека правела експеримент со прозирни цевки наполнети со различни течности. На дното на секоја цевка имало гумена мембрана. Кога ја наполнила првата цевка со вода, мембраната малку се растегнала. Но, кога ставила мед до истата висина во друга цевка, мембраната се растегнала значително повеќе. Тоа ја натерало да се запраша: „Дали хидростатскиот притисок што го создаваат течностите зависи од густината на течноста?

По ова воочување, Сара решила да направи научно истражување, па научниот проблем го дефинирала како истражување на зависноста на хидростатскиот притисок од густината на течноста. Притоа, како контролна променлива ја земала длабочината на течноста, h (висината на течен столб). Во текот на истражувањето, Сара ги следела чекорите опишани во лекцијата „Научно истражување“ од првата тема.

На почетокот на истражувањето, Сара поставува хипотеза: Ако густината на течноста се зголемува, тогаш правопропорционално ќе се зголеми и притисокот.

За да ја провери хипотезата, Сара планира експеримент: ќе го измери притисокот на иста длабочина во три течности, кои имаат различни густини. Знаејќи дека и воздухот е флуид, решила да го занемари атмосферскиот притисок.

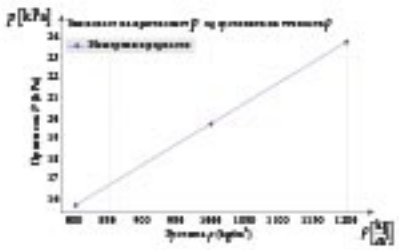
За спроведување на експериментот, Сара ја користи симулацијата „PhET: Under pressure“, достапна за сите ученици на следниот линк.

▲ Линк до симулација

Пред да почне со мерењето, таа ги користи сите можности кои ги овозможува симулацијата, за да ги намали грешките при мерењето. Потоа задава вредности за длабочината и густината. Извршува три мерења на иста длабочина, за три различни вредности на густината. Измерените вредности ги внесува во табела 1, а потоа црта график 1.

Број на мерење	ρ (kg/m³)	p (kPa)	p/ρ (Pa/kg/m³)
1	800	15,70	19,63
2	1000	19,65	19,65
3	1200	23,74	19,78
Средна вредност	/	/	19,69

Табела 1. Измерени вредности за притисок во течност со различна густина, мерен на иста длабочина: h = 2 m



▲ **График 1.** Зависност на притисокот од густината на течноста

Сара го пресметала и односот помеѓу притисокот и густината p/ρ и забележала дека за сите мерења е приближно константен. Ја пресметала вредноста на оваа константа и ја запишала во табела 1.

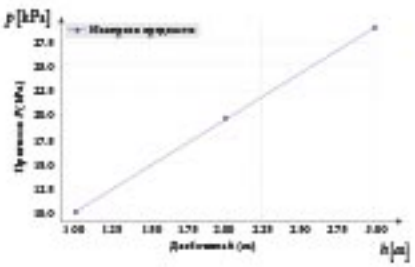
Зависноста на притисокот од густината на течноста $p = p\ (\rho)$, се нанесени на график 1

При анализа на добиените резултати и графикот, Сара заклучила дека зависноста на притисокот од густината на течноста е правопропорционална. На тој начин ја потврдува точноста на својата хипотеза.

Пропорционалната зависност на величините се запишува: $p \sim \rho$

За да може да ја определи зависноста на притисокот од длабочината (висината на течниот столб), Сара поставува нова хипотеза: Ако се зголемува длабочината, тогаш правопропорционално ќе се зголеми и притисокот.

За оваа хипотеза потребно е ново експериментирање со истата симулација. Контролна променлива е густината ρ. Измерените вредности ги внесува во табела 2 и црта график 2:



▲ **График 2.** Зависност на притисокот од длабочината

Број на извршени мерења	h (m)	p (kPa)	p/h (kPa/m)
1	1	10,08	10,080
2	2	19,62	9,810
3	3	28,91	9,637
Средна вредност	/	/	9,842

Табела 2. Измерени вредности за притисок во течност со иста густина $\rho = 1000$ kg/m³, мерен на различна длабочина

Со анализа на добиените податоци за зависноста на притисокот од длабочината, забележува дека точките на графикот што ја покажува зависноста на притисокот од длабочината лежат на иста права. Повторно го пресметала односот помеѓу притисокот, овој пат со длабочината p/h и за сите мерења добила приближно константен однос. Вредностите ги запишала во табела 2.

Оваа анализа покажува дека зависноста на величините е правопропорционална: $p \sim h$

Од измерените вредности, претставени табеларно и графички, Сара ја потврдува точноста на својата хипотеза.

Резултатите од овие две истражувања, Сара сака да ги обедини во еден заклучок. Бидејќи притисокот зависи правопропорционално од густината на течноста и длабочината на кој е мерен, може да се запише следната правопропорционалност:

$$p \sim \rho \cdot h$$

За да може хидростатскиот притисок да го претстави со равенка, Сара според претходните истражувања доаѓа до заклучок дека притисокот е еднаков на производот од густината, длабочината и константа на пропорционалност C.

Пропорционалноста на величините претставени во равенката

$$p = C \cdot \rho \cdot h$$

За таа цел, средната вредност на односот p/ρ од табела 1 го дели со длабочината на мерењата, $h = 2$ m, па за константата добива

$$C = \frac{p}{\rho \cdot h}$$

Истиот резултат го добива ако односот p/h го подели со густината на водата, $\rho = 1000$ kg/m³.

Со замена на средните вредности од табела 1:

$$C = \frac{19,69}{2} \frac{\text{Pa kg/m}^3}{\text{m}} = 9,84 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Или од табела 2: $C = \frac{9{,}842 \cdot 10^3}{1000} \frac{\mathrm{Pa/m}}{\mathrm{kg/m^3}} = 9{,}84 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$

Од добиената вредност и проверка на мерните единици, Сара заклучува дека константата на пропорционалност има приближно иста вредност со гравитационото забрзување, па запишува $C = g$.

Малата разлика при резултатите ја припишува на грешките при мерењето.

Ваша задача е да ги определите апсолутната грешка на секое мерење на односите p/ρ и p/h, средната апсолутна грешка на двете истражувања, како и нивната релативна грешка. Дискутирајте дали навистина добиената вредност од 9,84 m/s² е во рамките на грешките при мерењето и дали експериментот има задоволителна точност.

Преку научно истражување, Сара доаѓа до законот за хидростатскиот притисок што се дефинира како:

Притисокот што се појавува во течностите и зависи од длабочината и густината на течноста се вика хидростатски притисок.

Хидростатскиот притисок се запишува со формулата

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

Течноста со својата тежина врши притисок на сите тела во неа (слика 1). Хидростатскиот притисок може да се пресмета и преку равенката за притисок $p = \frac{F}{S}$, каде што $F = mg$ е Земјината тежа. Масата на течноста се изразува преку густината и волуменот $m = \rho V$, притоа имајќи предвид дека волуменот е еднаков на $V = S \cdot h$. На тој начин се добива равенката за хидростатскиот притисок

$$p = \frac{\rho g S h}{S} \qquad p = \rho \cdot g \cdot h$$

p – хидростатски притисок; h – длабочина (висина на течен столб); g – гравитационо забрзување; ρ – густина на флуидот.

Хомоген флуид е флуид кој има ист состав и исти физички својства, како густина, притисок, во секоја негова точка.

Равенката се однесува на притисокот во сад исполнет со **хомоген флуид** и го опишува притисокот мерен од слободната површина на течноста. Притоа, не е земен предвид атмосферскиот притисок p_0. Садот кој го користевме е отворен, значи реално постои и атмосферски притисок којшто дејствува на слободната површина на течноста (слика1). Доколку се разгледува и влијанието на

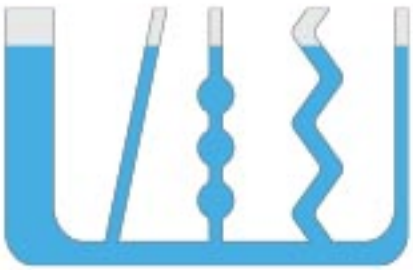
атмосферскиот притисок, тогаш ќе ја добиеме равенката за вкупен притисок:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

Активност

Сара при своето истражување го занемари атмосферскиот притисок. Направете исто истражување како Сара но, вклучете го и атмосферскиот притисок. Анализирајте ги добиените резултати и споредете ги со тие на Сара.

Од формулата за хидростатскиот притисок следува дека притисокот што го создава флуидот не зависи од обликот на садот во кој се наоѓа течноста, туку само од длабочината (висината на течниот столб) и нејзината густина. Ова својство е исклучително важно и лежи во основата на многу природни и технички појави.

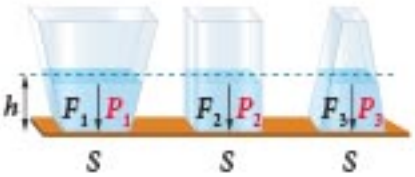


▲ **Слика 3.** Систем на сврзани садови

Доколку неколку садови со различна форма се поврзани така што течноста може слободно да тече меѓу нив, таа ќе се израмни на иста висина во сите садови, без разлика на нивниот облик. Овој систем се нарекува систем на **сврзани садови**. На слика 3 може да се забележи дека нивото на течноста е исто во сите садови. На дното од сите краци дејствува ист притисок.

Во јавните водоводи се користи принципот на сврзани садови: водата се чува во резервоари поставени на високи места, па под дејство на гравитацијата се движи низ цевките до потрошувачите. Притисокот што се создава зависи од висината на водениот столб, на пониските точки притисокот е поголем, а на повисоките е помал. Така, водата се распоредува рамномерно низ целата мрежа, без потреба од пумпи во рамните подрачја.

Хидростатски парадокс



▲ **Слика 4.** Садови со различна форма

Да разгледаме три сада со различна форма, а иста површина на дното S, слика 4. Во секој сад има течност со иста густина ρ и е наполнет до иста висина h. Поради различната форма, во секој сад има различен волумен на течност. Да ги запишеме равенките за сила на притисок што се јавува на дното од два сада.

$$F_1 = p_1 \cdot S \qquad F_2 = p_2 \cdot S$$

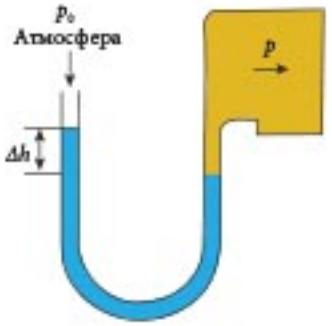
$$p_1 = \rho \cdot g \cdot h \qquad p_2 = \rho \cdot g \cdot h$$

$$F_1 = \rho \cdot g \cdot h \cdot S \qquad F_2 = \rho \cdot g \cdot h \cdot S$$

Равенките ни покажуваат дека притисокот, како и силата на притисок, се еднакви. Тоа е последица на зависноста на хидростатскиот притисок од густината, длабочината и гравитационото забрзување, а не од волуменот на течноста во садот. Овој необичен и на прв поглед нелогичен резултат е познат како хидростатски парадокс.

При целото мерење, Сара како инструмент за мерење на притисокот користи манометар.

Манометар е инструмент што мери вредности на притисок на флуид споредени со атмосферскиот притисок. Тој одредува колкава е разликата помеѓу атмосферскиот и притисокот што се мери. Атмосферскиот притисок се мери со **барометар**, а помали притисоци се мерат со вакуумметар. Според принципот на работа, манометрите се делат на механички и хидраулични. Хидрауличниот манометар работи на принципот на **сврзани садови**.



U образен манометар

▲ Слика 5. Манометар во форма на буква U

Во претходната лекција зборувавме за црево во форма на латиничната буква „U“ и тоа како нивото на течноста во цевката се менува при променет притисок во еден од краците. Ова својство се користи за да се изработи манометар: U-образниот манометар е стаклена цевка свиткана во форма на буквата U и е исполнета со флуид (жива, алкохол, вода) слика 5. На двата краја од цевката има скала на која може да се отчитува вредноста на измерениот притисок, а нултата положба е обележана каде што нивото на течноста во двата крака е еднаква. Едниот крај од цевката е отворен кон нормален атмосферски притисок, а другиот е поврзан со течност чиј притисок го мериме.

Течноста во манометарот се поместува сè додека силата на внатрешниот притисок не се изедначи со силата на хидростатскиот притисок што го создава течноста во цевката. Притоа, во двата краја од цевката флуидот ќе биде на различна висина. Висинската разлика помеѓу нивоата на флуидот во двата краја од цевката ја дава вредноста на притисокот на флуидот во системот. Ако нивото на флуидот во кракот, поврзан со затворениот сад е пониско, значи дека во садот има поголем притисок. Во случај кога нивото на течност во кракот е повисоко, значи дека притисокот во садот е понизок.

Манометарот го користиме, на пример, кога сакаме да го провериме притисокот во автомобилските гуми. Притисокот што го покажува уредот е всушност вишокот на притисок над атмосферскиот. Затоа, ако манометарот покаже „0“, тоа значи дека внатрешниот и надворешниот притисок (атмосферскиот) се еднакви.

Манометар лесно се изработува и во домашни услови: доволно е само црево фиксирано во U-форма исполнето со обоена вода и линијар. Со линијар се мери висинската разлика во двата водени столба h, која понатаму ја дава разликата во притисоци како

$p - p_0 = \rho g h = 97.96\ \text{Pa} \cdot h\ (\text{cm})$. (Доколку користите течност што не е вода, оваа константа ќе биде различна).

Решен пример 1:

Во стаклена потковичеста цевка со иста површина на напречниот пресек е налеано жива. Во едниот крак од цевката се налева вода а во другиот алкохол. Височината на водениот столб изнесува $h_v = 30$ cm, а на алкохолот $h_a = 10$ cm. Пресметај ја висинската разлика на живата во двата крака. Густините на водата, живата и алкохолот се: $\rho_v = 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\rho_{Hg} = 13600\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ и $\rho_a = 789\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Дадено е:

$h_v = 30\ \text{cm} = 0{,}3\ \text{m}$

$h_a = 10\ \text{cm} = 0{,}1\ \text{m}$

$\rho_v = 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$\rho_{Hg} = 13600\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$\rho_a = 789\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Се бара:

$\Delta h_{Hg} = ?$

Решение:

Разликата на граничните површини на живиниот столб во левиот и десниот крак ќе го означиме со Δh_{Hg}

Ако се земе предвид дека флуидите во цевката мируваат и ако ги израмниме хидростатските притисоци во левиот и десниот крак се добива:

$p_v = p_{Hg} + p_a$, односно $\rho_v h_v g = \rho_{Hg} \Delta h_{Hg} g + \rho_a h_a g$.

Со кратење на g се добива $\rho_v h_v = \rho_{Hg} \Delta h_{Hg} + \rho_a h_a$

Средувајќи го изразот по Δh_{Hg} имаме:

$\rho_{Hg} \Delta h_{Hg} = \rho_v h_v - \rho_a h_a$

$$\Delta h_{Hg} = \frac{\rho_v h_v - \rho_a h_a}{\rho_{Hg}} = \frac{1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0{,}3\ \text{m} - 789\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0{,}1\ \text{m}}{13600\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0{,}02\ \text{m}$$

Активност

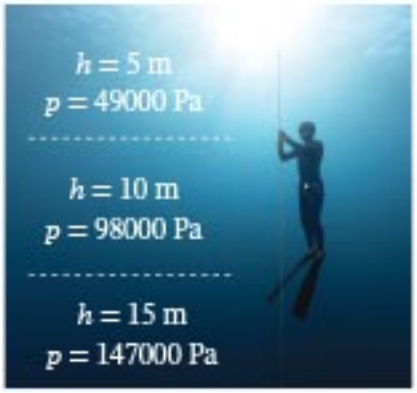
Нуркач сакал да го измери притисокот во морето на различна длабочина. Густината на морето каде што нуркал е $\rho = 1025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. За таа цел со опрема за нуркање и манометар го започнал истражувањето.

Истражувајќи ја убавината на подводниот свет (слика 6), полека се спушта во водата и со помош на манометар ја следи промената на притисокот. На одредена длабочина од $h = 5$ m, измерил притисок од $p = 49000$ Pa. Следното мерење го направил на длабочина од $h = 10$ m, каде што притисокоот изнесувал $p = 98000$ Pa. Потоа се спуштил уште подлабоко и на длабочина од $h = 15$ m измерил притисок од $p = 147000$ Pa.

Измерените вредности за притисокот на дадената длабочина, претставете ги табеларно и графички.

Број на извршени мерења	p (kPa)	h (m)
1		
2		
3		

Табела 4. Измерени вредности на притисок при различни длабочини



▲ **Слика 6.** Зависност на хидростатскиот притисок од длабочината при нуркање

Ако сакаш да знаеш повеќе:

Уште во античкиот период се користеле ѕвона за нуркање. Ѕвоното за нуркање е шуплива комора во облик на ѕвоно што се спушта во водата, овозможувајќи му на човекот да работи под вода и да вдишува воздух заробен под ѕвоното. Кај напредните верзии, воздухот под притисок се пумпа од површината за да се обновуваат резервите на свеж воздух.

Човековата љубопитност и желба да го истражи непознатото во длабоките води доведува до тестирање на човечкото тело и технологија во екстремни услови. Така некои од нив се влезени и во Гинисовата книга на рекорди.

Најдлабокото нуркање без опрема (фридајвинг) го извел Херберт Нич од Австрија, кој на 6 јуни 2012 година се спуштил на неверојатни 253 метри длабочина во водите кај Санторини, Грција. Овој вид нуркање се вика No Limits, бидејќи нуркачот користи тег за брзо спуштање и балон за брзо искачување, но сè се изведува без боци со кислород.

За нуркање со боца (SCUBA), Египќанецот Ахмед Габр постави рекорд на 18 септември 2014 година со нуркање на длабочина од 332,35 метри во Црвеното Море кај Дахаб. Иако спуштањето траело само 15 минути, неговото враќање на површината траело 13 часа и 35 минути, поради потребата од внимателна декомпресија. Декомпресија е процес на постепено намалување на притисокот кога нуркачот се враќа од

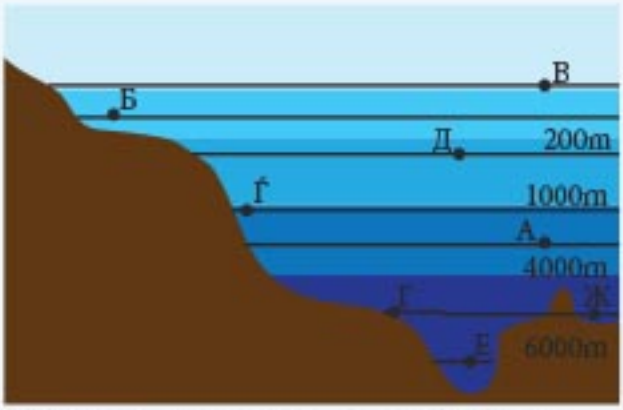
длабочината кон површината. Притоа, азотот од воздухот што се вдишува под притисок се раствора во телото. Ако нуркачот излезе пребрзо на површината, азотот може нагло да излезе од телото во форма на меурчиња, а со тоа би се предизвикала декомпресиска болест.

Најдлабокото нуркање со подморница го направил Американецот Виктор Васково, кој во 2019 година со специјална подморница се спуштил до 10 929 метри длабочина во Маријанскиот Ров, која е најдлабока позната точка во Тихиот Океан – Челинџер Дип, најдлабокото познато место во океаните на Земјата. Подморницата што ја користел се вика DSV Limiting Factor и е едно од ретките екипажни возила способни да издржат таков притисок.

Прашања и задачи:

1. Каква е зависноста на хидростатскиот притисок од густината на течноста?
2. Објасни го хидростатскиот притисок користејќи пример.
3. Пресметај го притисокот во водата при поставување на Гинисовите рекорди:
   а) Херберт Нич при нуркање без опрема. Густината на морската вода е $\rho = 1024 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ и гравитационото забрзување $g = 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$;
   б) Ахмед Габр, за нуркање со боца во Црвеното Море, со густина $\rho = 1028 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ и гравитационото забрзување $g = 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$;
   в) Подморницата на Виктор Васково во водите кај Маријанскиот Ров, со густина на водата $\rho = 1076 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ и гравитационото забрзување $g = 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
4. Од едниот до другиот крај на Земјата копаш тунел кој поминува низ центарот на Земјата и го полниш со вода. Колкав ќе биде притисокот на водата во центарот на Земјата? Да претпоставиме дека Земјата е идеална сфера со маса M и радиус R.
5. Истражете за несреќата на подморницата „Титан“. Разговарајте за поимот **имплозија**, објаснете го значењето и причините за оваа појава.
6. Дискутирајте на тема: „Безбедност при патување по вода“.
7. Хидростатскиот притисок во најдлабокото место на Охридското Езеро изнесува $p = 2825{,}28$ kPa. Пресметај ја вредноста на најголемата длабочина на Охридското Езеро. За средна густина на водата во Охридско Езеро да се земе $\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.
   $(g = 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

8. Според означените точки на слика 7, распоредете ги ознаките по опаѓачки редослед, почнувајќи од точката со најголем притисок, завршувајќи со точката со најмал притисок.



▲ **Слика 7.** Морско дно со означени точки каде што е измерен хидростатскиот притисок

9. Европа, сателитот на Јупитер, се смета дека има течен океан под слојот мраз на површината. Гравитационото забрзување на површината на Европа е $g = 1{,}315\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ и нема атмосфера. На која длабочина на океанот на Европа треба да се спушти сондата за да го почувствува истиот притисок како на 99 m во океанот на Земјата. Густината на морската вода е $\rho = 1025\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, а да претпоставиме дека океанот на Европа е со густина $\rho = 1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

10. Објаснете го хидростатскиот притисок преку примерот прикажан на слика 8:



▲ **Слика 8.** Чаша со отвори на различни длабочини

4.3 Сила на потисок. Архимедова сила



▲ **Слика 1.** Многу е полесно да носите некого кога сте под вода.

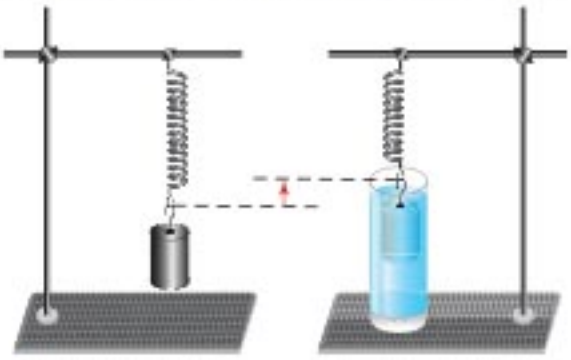
Сила на потисок

Човекот уште од најраните цивилизации ги користел водите: океаните, мориња та и реките, за патување, истражување и трговија. Уште пред повеќе од 2300 години, Аристотел ги проучувал причините за однесувањето на пловните објекти. Тој забележал дека натоварените чамци кои успешно пловат по солените води на морето, често потонуваат при влегување во речни води. Оваа појава го привлекла вниманието кон разликата во физичките својства на течностите, особено кон нивната густина, што има директно влијание на потопувањето на телата.

Кога телата ќе се потопат во течност, нивната тежина се намалува. Можеби сте забележале дека кога ќе влезете во вода чувствувате дека сте полесни. Многу полесно можете да го кренете пријателот во базен отколку на копно (слика 1), а уште полесно во море. Неговата тежина што дејствува врз вас е помала. Може полесно да подигнете тешки предмети под вода, а ако ги пуштите да паѓаат, тие паѓаат со помала брзина и забрзување отколку во воздух.

На слика 2 е прикажан метален цилиндар, поврзан со пружина (динамометар), која ја мери неговата тежина кога е во воздух и во вода. Кога цилиндарот е во вода, вредноста што ја покажува динамометарот е помала. Од овде можеме да заклучиме дека водата дејствува со сила врз цилиндарот, па му ја намалува тежината. За да се намали тежината на цилиндарот, насоката на силата треба да биде спротивна од насоката на Земјината тежа. Оваа сила се нарекува сила на потисок.

Силата на потисок е сила насочена вертикално нагоре, со која течноста дејствува врз секое тело потопено во неа. Уште се нарекува и Архимедова сила.

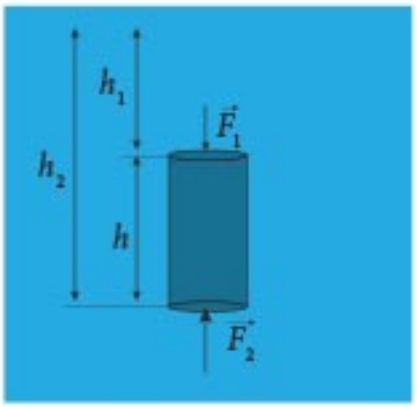


▲ **Слика 2.** Цилиндар потопен во вода губи дел од тежината

Архимедов закон

За да определиме колкава е оваа сила и од каде потекнува, да го разгледаме повторно потопениот цилиндар (Слика 2). Горната

површина на цилиндарот се наоѓа на длабочина h_1, а долната површина е на длабочина h_2. Течноста од сите страни дејствува на телото со сила на притисок. На секоја длабочина, силите кои му дејствуваат на телото од две спротивни бочни страни, меѓусебно се еднакви по големина и спротивни по насока, па се поништуваат. Тие не придонесуваат кон силата на потисок.



▲ **Слика 3.** Тело потопено во сад со вода

Силите што дејствуваат во вертикалната насока не се еднакви и не се поништуваат. Долната површина на телото се наоѓа на поголема длабочина, а со тоа, хидростатскиот притисок и силата на притисок се поголеми. Затоа, силата со која течноста дејствува на долната површина F_2, со насока вертикално нагоре, е поголема од силата што дејствува на горната површина со насока вертикално надолу, F_1.

Хидростатскиот притисок на долната површина ќе биде $p_2 = \rho \cdot g \cdot h_2$, а на горната $p_1 = \rho \cdot g \cdot h_1$.

Од равенката за притисок $p = \frac{F}{S}$, следува дека силата на притисок е $F = p \cdot S$. За силата на секоја од двете површини ќе добиеме:

$$F_2 = \rho \cdot g \cdot h_2 \cdot S \qquad F_1 = \rho \cdot g \cdot h_1 \cdot S$$

Резултантната сила F ќе биде насочена вертикално нагоре и ќе биде еднаква на разликата од овие две сили. Тоа се пресметува како

$$F = F_2 - F_1$$

Позитивната насока е земена нагоре, па затоа F_2 ќе има позитивен знак, а F_1 негативен. Ако ги замениме вредностите на F_2 и F_1 во оваа равенка, се добива

$$F = \rho \cdot g \cdot h_2 \cdot S - \rho \cdot g \cdot h_1 \cdot S$$

$$F = \rho \cdot g \cdot S\left(h_2 - h_1\right)$$

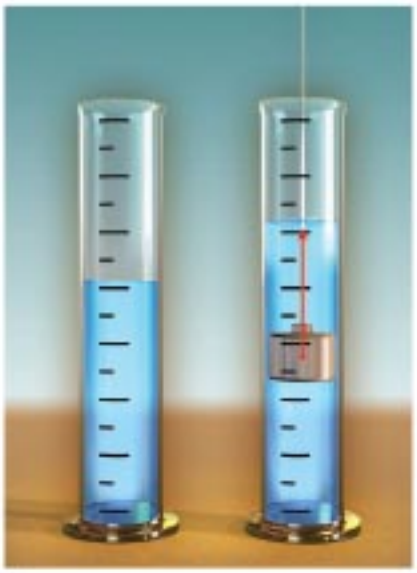
Од слика 3 можеме да видиме дека $h = h_2 - h_1$, па за резултантната сила запишуваме

$$F = \rho \cdot g \cdot S \cdot h$$

Бидејќи волуменот на цилиндарот се пресметува $V = S \cdot h$, за равенката на силата на потисок добиваме

$$F = \rho \cdot g \cdot V$$

Каде што ρ е густината на водата, V волуменот на цилиндарот и g гравитационото забрзување.



▲ **Слика 4.** Тег потопен во мензура

Како може да ја интерпретираме оваа равенка? Прво, бидејќи ρ е густината на водата, заклучуваме дека силата на потисок не зависи од густината на самото тело. Силата на потисок на топче од пластика и топче од железо со исти волумени е иста. Понатаму, може да забележиме дека производот ρV, всушност ни ја дава масата на вода со еднаков волумен како телото. Тогаш $F = mg$ е тежината на водата која има онолкав волумен колку телото.

Овде е важно да се нагласи дека телото при потопување истиснува течност со волумен еднаков на својот потопен дел. Ова може да се потврди со експериментот прикажан на слика 4. Со мензура се мери волумен на некоја течност. Во мензурата се потопува тег и се отчитува волуменот на течноста откако е потопен тегот. Разликата на волумените го дава волуменот на истиснатата течност кој е еднаков на волуменот на потопеното тело.

Затоа, кога ја изразуваме силата на потисок, не зборуваме за волуменот на телото, туку за волуменот на истиснатата течност, бидејќи само така правилно се опфаќаат и случаите кога телото е делумно потопено. Во такви случаи, силата на потисок ќе зависи само од делот на волуменот на телото што е потопен.

Овие заклучоци се всушност Архимедовиот закон:

На секое тело потопено во течност дејствува сила на потисок (Архимедова сила) што е еднаква по големина на тежината на истиснатата течност.

Лебдење, пливање и тонење

Сили кои му дејствуваат на тело што се наоѓа во сад со течност се: Земјина тежа со насока вертикално надолу и сила на потисок со насока вертикално нагоре. Во зависност од односот на овие две сили, би рекле дека телото плива, лебди или тоне. Да ги разгледаме сите три случаи.

На слика 5 се прикажани тела со различна густина, поставени во сад со иста течност. На сликата се прикажани само силата на потисок $\vec{F}$ со насока вертикално нагоре и Земјината тежа $\vec{P}$ со насока вертикално надолу. Во некои случаи може да има дополнителна сила која не е прикажана на сликата.

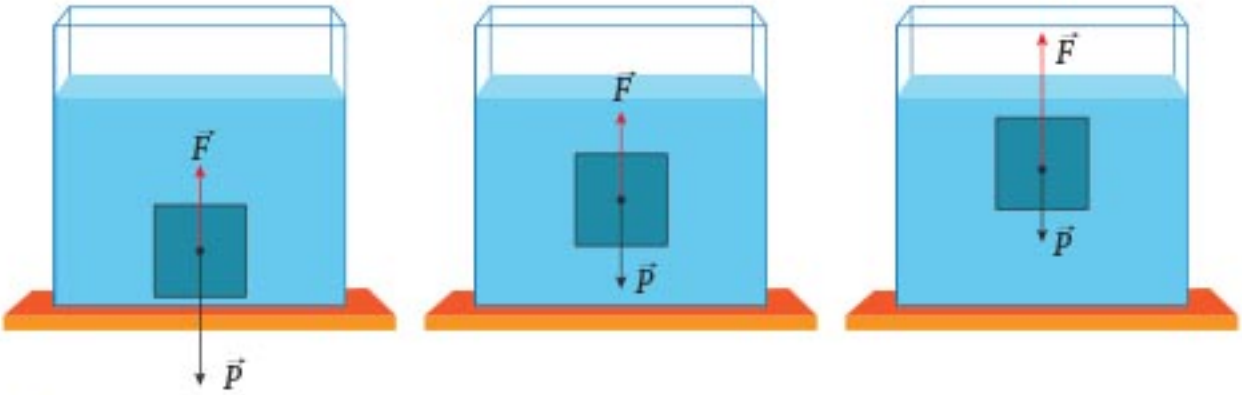
Архимедовата сила во сите три случаи ќе биде $F = \rho_v \cdot g \cdot V$.

Во првиот случај прикажан на сликата: Силата на Земјината тежа P е поголема од силата на потисок F.

$$P > F$$

Резултантната сила ќе биде: $F_R = P - F \neq 0$,

следува дека: $P - F > 0$



▲ **Слика 5.** Сад со течност во кој се поставени тела со различна густина. Прикажани се само Земјината тежа и силата на потисок, додека сите други сили не се обележани на цртежот. Телото во левиот сад тоне, телото во садот во средина лебди (ниту тоне ниту плива), а телото во садот десно ќе исплива на површината на течноста.

Ако замениме $P = mg$, а масата ја изразиме преку густината и волуменот, можеме да го видиме односот на густините:

$$P = \rho_T \cdot g \cdot V \qquad F = \rho_V \cdot g \cdot V$$

$$\rho_T \cdot g \cdot V > \rho_V \cdot g \cdot V$$

$$\rho_T > \rho_V$$

Сите величини се скратија и остана само густината. Условот дека силата на Земјината тежа е поголема од силата на потисок на телото е исполнет само кога густината на телото е поголема од густината на течноста.

Кога густината на телото е поголема од густината на течноста, телото **тоне**. Ова го забележуваме, на пример, кога пуштаме камен во вода. Тој почнува да тоне. Силата на потисок му дава помало забрзување отколку што би имало во воздух или во вакуум.

Постои резултантна сила ($F_R \neq 0$) сè додека телото паѓа надолу. Кога ќе дојде до дното, се појавува нормалната сила на реакција на подлогата, па силите на телото се урамнотежени.

За вториот случај, прикажан на сликата: Силата на Земјината тежа на телото P е еднаква со силата на потисок F.

$$P = F$$

Резултантната сила ќе биде $F_R = P - F$, следува дека: $P - F = 0$. Ова значи дека телото ниту тоне, ниту испливува на површината, туку каде што ќе го поставиме, ќе остане, бидејќи забрзувањето ќе му биде нула.

Ако замениме $P = mg$, и масата ја изразиме преку густината и волуменот, при истата сила на потисок $F = \rho_V \cdot g \cdot V$, ќе имаме:

$$P = \rho_T \cdot g \cdot V$$

$$\rho_T \cdot g \cdot V = \rho_V \cdot g \cdot V\,.$$

$$\rho_T = \rho_V$$

Кога густината на телото е еднаква со густината на течноста, телото ќе **лебди.**

Ова во секојдневието ретко се забележува, но има широка примена кај подморниците, за коишто ќе зборуваме подоцна.

За третиот случај, прикажан на сликата: Силата на Земјината тежа P е помала од силата на потисок F.

$$P < F$$

Според ова, на телото му дејствува резултантна сила, насочена вертикално нагоре.

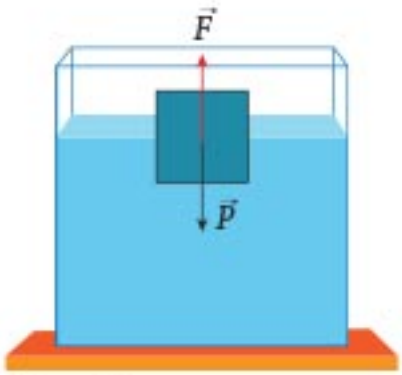
Резултантната сила ќе биде $F_R = P - F \neq 0$, следува дека: $P - F < 0$

Архимедовата сила е повторно $F = \rho_V \cdot g \cdot V$. Ако замениме $P = mg$, и масата ја изразиме преку густината и волуменот $P = \rho_T \cdot g \cdot V$

Тогаш, врската меѓу силите ќе биде $\rho_T \cdot g \cdot V < \rho_V \cdot g \cdot V$

$$\rho_T < \rho_V$$

Додека телото е потопено, постои резултантна сила ($F_R \neq 0$). Таа сила ќе предизвика телото да испливува на површината. Поради тоа, дел од неговиот волумен ќе излезе од течноста, па Архимедовата сила ќе му се намали. Повторно може да ја запишеме како $F = \rho_V \cdot g \cdot V_1$, со тоа што овој пат волуменот на истиснатата течност е еднаков на волуменот на потопениот дел од телото. Архимедовата сила ќе се намалува сè додека не се изедначат со Земјината тежа што му дејствува на телото (слика 6).



▲ **Слика 6.** Тело кое плива на површината на течноста.

Во оваа ситуација, кога ниту една друга сила не го држи потопено, велиме дека телото ќе исплива на површината на течноста. Кога се наоѓа на површината на течноста, велиме дека телото **плива.**

Сите три случаи се резимирани во табела 1.

Внимавај:

Архимедовата сила и Земјината тежа кога телото плива се еднакви! Инаку телото би забрзувало.

Густина на телото (во споредба со течноста)	Што прави телото?
поголема	тоне
еднаква	лебди
помала	плива

Табела 1. Како тела со различни густини се однесуваат потопени во течност.

Активност

На линкот имаш пристап до симулација со помош на која можеш да го истражиш однесувањето на телата потопени во течност и да ја испиташ силата на потисок. При истражувањето менувај ја масата, волуменот и густината на телото и забележи што се случува кога ќе ја промениш и густината на течноста.

PhET: Buoyancy: https://phet.colorado.edu/sims/html/buoyancy/latest/buoyancy_all.html

Обиди се да одговориш на следниве прашања:

- Што се случува со телото кога неговата густина е поголема, еднаква или помала од густината на течноста?
- Како се менува силата на потисок кога го менуваш волуменот на телото?
- Дали силата на потисок зависи од материјалот на телото или од волуменот?
- Што се случува со телото кога делумно го потопиш во течноста?

Важно е да се нагласи дека телото што се потопува во течност не мора секогаш да биде цврсто тело. Архимедовиот закон важи и кога едната или двете супстанции се течности со различни густини, или кога се комбинираат различни агрегатни состојби (цврста, течна, гасовита).

На пример, ако ставиме масло во вода, маслото ќе исплива на површината бидејќи има помала густина од водата. На слика 6 е прикажан уште посложен случај со три различни течности: сируп (зелена боја, најдолу), вода (сина боја, во средина) и маслиново масло (жолта боја, најгоре). Тие формираат слоеви поради разликата во густините.

Така на пример, ако ставиме масло во вода, тоа ќе исплива на површината. На слика 7 се прикажани три течности со различни густини, обоени со различни бои. Во нив се потопени неколку предмети кои тонат во сите или само во некои од течностите или испливуваат над сите или над некои од течностите.

Во секоја од овие течности се потопени различни предмети, чијашто положба зависи од нивната густина во однос на густината на секој слој:

Шрафот, како најгуст, тоне под сите течности и паѓа на дното.

Јагодата тоне низ маслото, но „плива“ на површината на водата, бидејќи е погуста од маслото, но поретка од водата.



▲ **Слика 7.** Во чаша се ставени сируп (зелена боја, најдолу), вода (сина боја, во средина) и маслиново масло (жолта боја, најгоре). Во течностите се потопени шраф (паднат на дното под сирупот), јагода (потопата во маслото, но плива над водата) и стиропор (испливан на површината на маслото).

Стиропорот, со најмала густина, останува на површината на маслото.

Да не заборавиме и дека над стиропорот има воздух, па може да кажеме и дека стиропорот „тоне“ во воздухот.

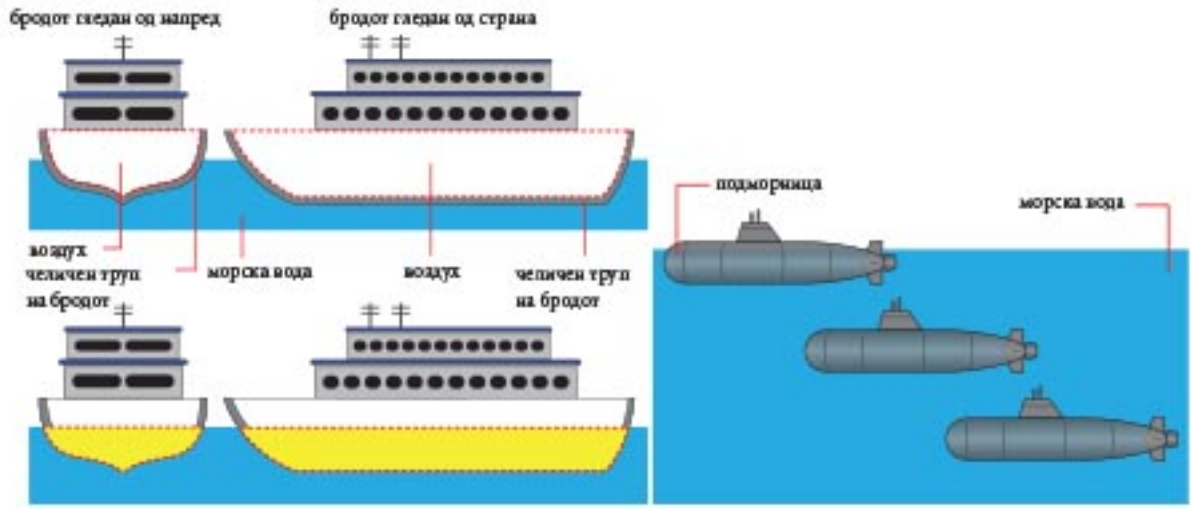
Овој пример убаво илустрира дека Архимедовиот закон важи во секакви комбинации на супстанции и дека однесувањето на телото зависи од споредбата меѓу неговата густина и густината на флуидот во која е потопено.

Примена на Архимедовиот закон во практиката

Архимедовиот закон има важна примена при објаснување на условите за пливање, лебдење и тонење на пловните објекти, како што се **бродови** и **подморници** (слика 8а и слика 8б). Иако материјалите од кои се изградени бродовите (на пример, челик) имаат поголема густина од водата, тие не тонат. Како е тоа возможно?

Да разгледаме друг пример. Пластиката е погуста од водата, но често гледаме пластични шишиња кои пливаат (слика 9). Тоа е бидејќи тие се исполнети со воздух. Всушност, волуменот што го зазема пластиката е толку голем што кога ќе се потопи таа истиснува голем волумен на течност, па успева да плови.

Слично, причината за пловење на бродовите лежи во нивниот облик. Голем дел од волуменот на трупот од бродот е исполнет со воздух, со што се зголемува волуменот на истиснатата вода. Тоа доведува до доволно голема потисна сила за да го одржи бродот на површината.



▲ **Слика 8.** Пливање, лебдење и тонење на пловни објекти; а) брод , б)подморница

Архимедовиот закон вели дека на секое тело потопено во течност дејствува сила на потисок, еднаква на тежината на истиснатата течност. Поради шупливиот внатрешен дел на бродовите, нивната просечна густина (вкупната маса поделена со вкупниот волумен) станува помала од густината на водата. Затоа, силата на потисок е доволно голема за да ги држи бродовите на површината.



▲ **Слика 9.** Пластичните шишиња пловат кога во нив има доволно воздух. Вакви отпадоци често завршуваат во реки, езера и мориња, каде што претставуваат сериозен еколошки проблем. Затоа, важно е да **не** ги фрламе отпадоците во природа, туку на соодветно место и да се грижиме за животната средина за да ги зачуваме водите еко-системи чисти и безбедни за сите живи суштества.

Решен пример 1:

Товарен брод има маса од 20000 kg и површина на основата од 50 m². Висината од дното на бродот до палубата е 5 m, но за безбедност, бродот не смее да потоне повеќе од 80 % од таа висина. Бродот плови по мирна морска вода со густина 1025 kg/m³.

Колкав е максималниот товар што може да го носи бродот без да го надмине дозволеното потонување?

Дадено:

$$m = 20\,000\ \text{kg};\ \rho = 1025\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3};\ S = 50\ \text{m}^2;\ h = 5\ \text{m};\ h_1 = 0{,}8\,h$$

Решение:

Дозволениот максимум на потонување е $h_1 = 0{,}8 \cdot 5\ \text{m} = 4\ \text{m}$

Волуменот на максималниот дозволен потопен дел на бродот, а со тоа и волуменот на истиснатата течност е:

$$V = S \cdot h_1$$

$$V = 50\ \text{m}^2 \cdot 4\,\text{m} = 200\ \text{m}^3$$

Архимедовата сила што ќе му дејствува на бродот е:

$$F_A = \rho \cdot g \cdot V$$

$$F_A = 1\,025\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 200\,\text{m}^3 = 2\,011\,050\,\text{N}$$

За да биде безбеден бродот при пловидбата, потребно е Архимедовата сила да биде еднаква на Земјината тежа што му дејствува на бродот и на товарот заедно, односно

$$F_A = (m + m_T)g$$

од каде што за масата на товарот се добива:

$$m_T = \frac{F_A}{g} - m$$

$$m_T = \frac{2\,011\,050\,\text{N}}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} - 20\,000\,\text{kg} = 185\,000\ \text{kg}$$

За безбедноста во морепловството не е доволно бродот едноставно да не потоне, мора да постои дел од бродот што останува над водата за да се обезбеди стабилност, особено во услови на бранови или ненадејно поместување на товарот. Затоа се пресметува максимално дозволено потопување кое е помало од висината до палубата. Пресметките покажуваат дека доколку се надмине ова потопување, постои ризик од навлегување на вода и губење на рамнотежата. Од оваа причина, бродовите имаат строго ограничен број на патници и дозволен товар. Секој дополнителен килограм може да ја наруши и загрози безбедноста на сите на бродот. (Види во: Ако сакаш повеќе да знаеш).

Од друга страна, подморниците можат да ја менуваат својата густина со полнење или празнење на резервоарите со вода, што им овозможува да пловат, лебдат или да тонат. Во резервоарите, сместени помеѓу внатрешниот и надворешниот дел од трупот, има компримиран воздух. Кога подморницата се спушта во поголема длабочина, резервоарите се полнат со вода, со што се зголемува нејзината тежина. При испливување на подморницата, влезот на компримиран воздух ја истиснува водата, што се намалува тежината на подморницата.



▲ **Слика 10.** Рака што лебди во бистра океанска вода, со раширени „крила", додека се движи низ водата. Ова ја покажува способноста на морските животни да се приспособат на условите во својата средина со минимално трошење енергија.

Во сите други случаи, додека подморницата патува низ морската вода, нејзината просечна густина е приближно еднаква на густината на водата. Благодарение на тоа, таа може да ја менува својата длабочина без значителна потрошувачка на енергија. Од слични причини, и густината на повеќето морски животни е приспособена така што да биде слична на густината на околината во која живеат. Тоа им овозможува лесно да лебдат или да се движат низ водата со минимален напор (слика 10).

Некои животни, како рибите, ја регулираат својата густина со воздушни кеси (пливачки меури), додека други користат телесни маснотии или празнини со гас. Така, тие постигнуваат рамнотежа во водата и можат да останат на одредена длабочина без активно пливање.

Спомнавме дека Архимедовиот закон важи и кај гасовите. Тој се применува и кај **воздушните балони** (слика 11), особено балоните со топол воздух. Првиот ваков балон полетал во Франција во 1783 година. Кога воздухот во внатрешноста на балонот се загрева, неговиот волумен останува приближно ист, ограничен со платното, но се намалува неговата густина. Тоа се случува затоа што истиот број молекули се шират во поголем простор. Притоа, притисокот останува речиси ист како надворешниот атмосферски притисок, бидејќи балонот е отворен на дното. Ако притисокот внатре значително се зголемеше, балонот би се однесувал како затворен балон и би се надувал, што не е случај.



▲ **Слика 11.** Балон на топол воздух

Бидејќи загреаниот воздух има помала густина од околниот ладен воздух, тежата на балонот (вклучувајќи го товарот) станува помала од потисната сила што ја создава атмосферата. Како резултат, балонот почнува да се издигнува. При издигнување висината се зголемува, а со тоа и надворешниот притисок се намалува, што доведува до понатамошно ширење на воздухот во балонот. Дел од внатрешниот воздух може да излезе, а просечната густина на системот (балонот и воздухот во него) се намалува, што овозможува понатамошно движење нагоре. Кога густината на балонот ќе се изедначи со густината на околниот воздух, силата на потисок ќе биде еднаква на тежата и балонот ќе престане да се издигнува, односно ќе лебди на таа висина.

Познавањето на Архимедовиот закон е значајно за да може да се објасни и **пливањето како спорт** (слика 12). Кога човек плива, телото му е делумно потопено во вода. На него дејствуваат неколку сили: Земјина тежата (насочена надолу), силата на потисок според Архимедовиот закон (насочена нагоре), и отпорот на водата што го забавува неговото движење. На секое тело потопено во течност му дејствува сила на потисок еднаква на тежината на истиснатата течност.



▲ **Слика 12.** Правилна поставеност при пливањето

Кога пливачот легнува и се истегнува во водата, површината што доаѓа во контакт со водата се зголемува. На тој начин, телото истиснува повеќе вода што доведува до зголемена сила на потисок. Таа сила му помага да остане на површината, со помал напор за одржување на положбата.

Притисокот во водата расте со длабочината. На оние делови од телото кои се подлабоко навлезени во водата им дејствува поголем притисок отколку на површината. Ова создава природна рамнотежа која помага телото да се подигне, бидејќи на долниот дел (кај стомакот, колковите и нозете) дејствува поголем потисок. Ако телото е рамномерно поставено, силите се урамнотежуваат и пливачот „лебди“ без да потонува или да се превртува.

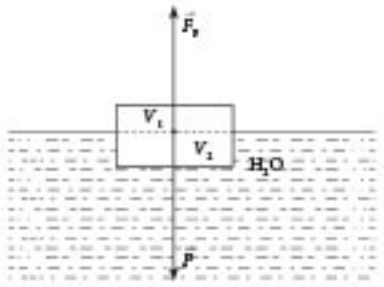
При пливањето значаен фактор е и **аеродинамичната форма** на телото. Аеродинамична форма е мазна, правилно поставена форма на телото при што би се намалил отпорот на воздухот (слика 11). Кога пливачот го истегнува телото (на пример, во стиловите краул или делфин), го намалува отпорот на водата. Водата има поголема густина од воздухот, па секој нерамномерен дел (подигната глава, свиткано тело) создава дополнителен отпор. Мазното и истегнато тело овозможува водата полесно да тече околу него. Со помал притисок на предната страна и помал турбулентен притисок одзади, доведува до поефикасно движење.

Ако сакаш да знаеш повеќе:

- Семјуел Плимсол, во 1876 година, поставил закон според кој сите поголеми бродови мора да имаат **Плимсолова линија** врз кругот од трупот на бродот и обележува до каде допира водата кога бродот носи поголем товар. Ознаките на линијата ја покажуваат и густината на водата во зависност од

температурата: TF – тропска слатка вода; F – слатка вода; T- тропска солена вода; S – летна умерена морска вода; W – зимска умерена морска вода.

- Денешните чамци имаат внатрешни комори исполнети со воздух, кои го спречуваат потонувањето, дури и кога се преплавени со вода за пловење.



▲ **Слика 13.** Дијаграм на сили кои дејствуваат на тело кое плива

Решен пример 2:

Волуменот на еден дрвен трупец кој плива во вода е $V = 8\ \text{m}^3$, а неговата густина е $\rho = 720\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Колкав е волуменот на потопениот дел на трупецот, а колкав е волуменот на останатиот дел од трупецот? ($g = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\rho_v = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)

Дадено е:

$$V = 8\ \text{m}^3;\quad \rho = 720\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3};\quad g = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2};\quad \rho_v = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Се бара:

$$V_1 = ?;\quad V_2 = ?$$

Решение:

Се запишува равенката од Вториот Њутнов закон за силите кои дејствуваат на дрвениот трупец што мирува

$$\vec{P} + \vec{F}_p = 0$$

Со проекција на векторската равенка во однос на вертикална оска се запишува

$$P - F_p = 0$$

$$mg - \rho_v g V_1 = 0$$

$$\rho V g - \rho_v V_2 g = 0$$

Со замената $V_2 = V - V_1$ се добива $\rho V g - \rho_v (V - V_1) g = 0$

Со решавање на последната равенка за V_1 имаме

$$\rho V g - \rho_v V g + \rho_v V_1 g = 0$$

$$\rho_v V_1 g = \rho_v V g - \rho V g$$

$$\rho_v V_1 g = V g (\rho_v - \rho)$$

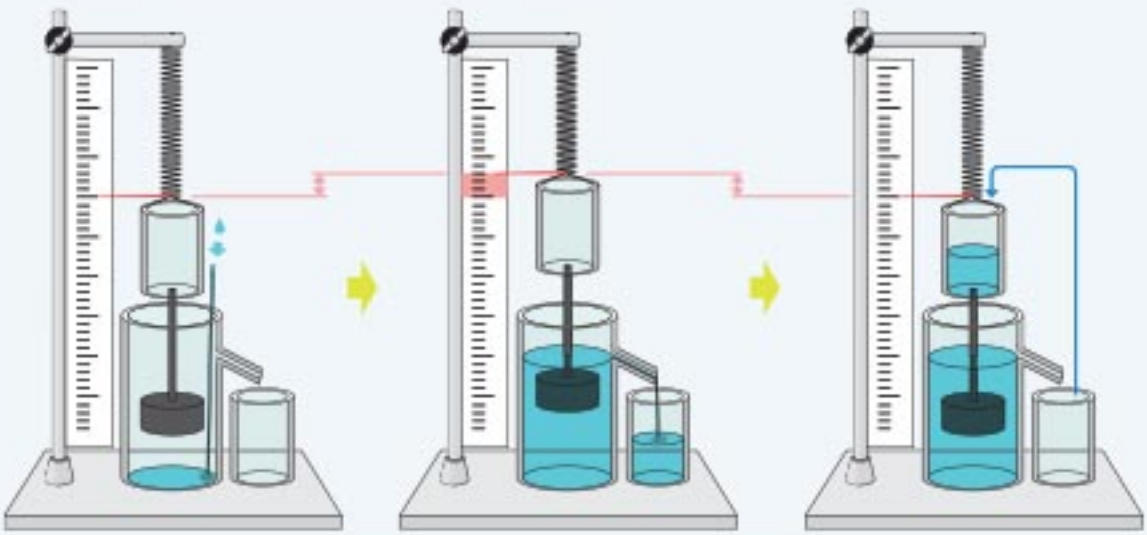
$$\rho_v V_1 = V(\rho_v - \rho)$$

$$V_1 = \frac{V(\rho_v - \rho)}{\rho_v} = \frac{8\,\mathrm{m}^3\left(1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} - 720\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right)}{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} = 2,24\,\mathrm{m}^3$$

За V_2 се добива $V_2 = V - V_1 = 8\,\mathrm{m}^3 - 2,24\,\mathrm{m}^3 = 5,76\,\mathrm{m}^3$

Прашања и задачи:

1. Изведи експеримент со пружина на која е закачен тег што делумно ја губи својата тежина кога ќе се потопи во сад со вода.
2. Направи истражување на темата: „Специјалната градба на бродот му овозможува и поголема стабилност при пловењето“.
3. Што е сила на потисок? Користи дијаграм на сили за да ја објасниш силата на потисок.
4. Една хомогена коцка со раб a = 10 cm и густина $\rho = 20\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ е потопена во вода. Пресметај ја тежината на потопената коцка. За густина на водата да се земе $\rho_v = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.
5. Тежината на еден потопен балон во непозната течност, со волумен $V = 10\,\mathrm{dm}^3$, изнесува $G_1 = 100$ N. Кога на некој начин би ја намалиле средната густина на балонот 2 пати, тогаш истиот ќе почне да лебди. Пресметај ја првобитната густината на непознатата течност.
6. Објасни го примерот прикажан на сликата.

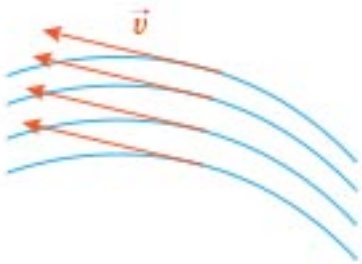


4.4 Равенка на континуитет. Бернулиева равенка

Делот од механика на флуиди, во кој се изучува за движењето на течностите и законите кои ги опишуваат, се вика хидродинамика. Движењето на гасовите и законите кои ги опишуваат тие движења се нарекува аеродинамика. И двата дела ја сочинуваат динамиката на флуидите.

Разгледувањето на реалните флуиди е сложено. На пример, триењето не е само на допирните површини на флуидот со ѕидовите од садот во кој се наоѓаат, туку се појавува и во внатрешноста на флуидот. Затоа, ќе разгледуваме само модел на идеални течности и гасови каде што силите на триење се занемарени. Иако, секогаш треба да се земе предвид дека не постои совршено движење на течности и гасови, без триење, овој модел доволно блиску опишува голем дел од појавите кои ги среќаваме во современиот живот, како што се равенката на континуитет и Бернулиевата равенка.

Движењето на флуидот може да се анализира преку набљудување на движењето на неговите честички. Притоа, се претпоставува дека честичките се движат по одредени траектории наречени **струјни линии** или **линии на течење**. Струјните линии се замислени линии што се користат за полесно опишување на движењето на флуидот. Тие го определуваат правецот, насоката и интензитетот на брзината во која било точка од флуидот. Правецот на брзината се определува преку правецот на тангентата во дадена точка од струјната линија, а интензитетот преку бројот на струјните линии што нормално прободуваат единица површина (слика 1). Ако овие линии на течење не се менуваат со текот на времето, односно ако во секоја точка на флуидот брзината и насоката на движење на честичките остануваат постојани, тогаш велиме дека движењето е **стационарно**. Во таков случај, брзината на честичка во некоја произволно избрана точка ќе биде иста со брзината на честичките што претходно поминале низ таа точка.



▲ **Слика 1.** Струјни линии

Во зависност од начинот на движење на честичките разликуваме два вида на движење на флуидите: ламинарно и турбулентно движење (Слика 2). Движењето е ламинарно кога честичките од еден слој не се мешаат со честичките од друг слој и се движат по линии паралелни меѓу себе. Кога честичките се движат во сите правци и со мешање меѓу слоевите, при што се појавуваат вртлози, движењето ќе биде турбулентно. При определена критична брзина, ламинарното движење на флуидот може да премине во турбулентно. Ова може да се забележи кога тенок столб од чад



▲ **Слика 2.** Ламинарно и турбулентно движење на флуид

на дното е ламинарен, но како се искачува, станува турбулентен (слика 3).



▲ **Слика 3.** Текот на чад од статче темјан, на дното е ламинарен, а при врвот станува турбулентен.

Равенка на континуитет

Секојдневно се среќаваме со флуиди кои течат. Реките и ветерот во природата, водоводот и вентилаторите во нашите домови, крвта и воздухот низ нашето тело, флуидите се движат насекаде. Од што зависи брзината со која тие се движат? Како тие знаат во еден момент да се движат побрзо, а во следниот да забрзаат?

Можеби сте забележале дека реките кога имаат широко корито се движат побавно, а доколку поради карпи или други пречки се намалат димензиите на коритото, водата ќе тече побрзо. Кога си играме со црево и сакаме да го испрскаме пријателот кој бега од нас, делумно го затвораме отворот на цревото со палецот, па водата може подалеку да стигне. Уште како мали, децата ги учиме дека ако сакаме да дувнеме свеќа која е оддалечена од нас, освен тоа што треба силно да дувнеме, треба отворот на усните да го направиме што е можно помал (слика 4).



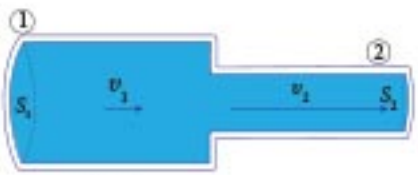
▲ **Слика 4.** За да ги дувне свеќите на роденденската торта, девојчето ги собира усните за да направи што е можно помал отвор.

Што е заедничко за сите овие ситуации? Забележуваме дека кога отворот низ кој течат флуидите е поголем, тие се движат пополека. Кога отворот ќе се намали, брзината ќе се зголеми. Ако димензиите на отворот ги опишеме преку плоштината на напречниот пресек S, може да заклучиме дека брзината на движење зависи обратнопропорционално од напречниот пресек $v \sim \frac{1}{S}$. Ако ги префрлиме двете величини од истата страна, и од пропорционалност направиме равенка, може запишеме $v \cdot S = C$, каде што C е константа на пропорционалност.

Напречен пресек е пресекот на некое тело или цевка под прав агол во однос на насоката на движење

Доколку флуид кој тече со брзина v_1 низ средина со еден напречен пресек со плоштина S_1, помине во средина со друг напречен пресек со плоштина S_2, тогаш неговата брзина ќе се приспособи на новата геометрија и ќе биде v_1 (слика 5). На овој начин се објаснува константата на пропорционалност спомната погоре. Всушност, производот $v \cdot S$ во секој момент од течењето ќе биде ист. Оваа зависност се нарекува **равенка на континуитет** и се запишува како

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

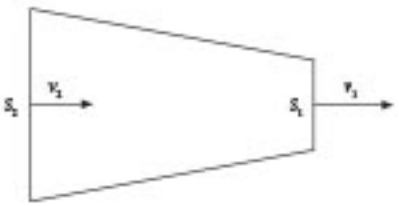


▲ **Слика 5.** Проточна цевка со различен напречен пресек

Производот на брзината на течење на флуидот v и плоштината на напречниот пресек S на средината низ која тече, во кој било дел од течењето, не се менува.

Внимавај:

За полесно изразување и дефинирање на равенката на континуитет произволно избравме само два напречни пресеци. Истото ќе го добиете и ако одберете, три или повеќе напречни пресеци.



▲ **Слика 6.** Хоризонтално поставена цевка со променлив пресек

Но, зошто се случува тоа? Причината се крие во законот за запазување на масата: колкава маса на флуид ќе влезе во едниот крај од цевката толкава маса на флуид ќе излезе на другиот крај.

Решен пример 1:

Радиусите на два различни напречни пресеци од една хоризонтално поставена конусна цевка, се однесуваат како $\frac{r_1}{r_2}=\frac{1}{3}$. Определи го односот на брзините на флуидот во дадените пресеци.

Дадено е:

$$\frac{r_1}{r_2}=\frac{1}{3}$$

Се бара:

$$\frac{v_1}{v_2}=?$$

Решение:

Се запишува равенката што го опишува законот за континуитет

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

Со замена на изразите за површините на напречните пресеци се добива

$$r_1^2 \pi v_1 = r_2^2 \pi v_2$$

Со кратење на членот π и со додатно средување на изразот се запишува

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{r_2^2}{r_1^2}=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2=3^2=9$$

Активност

На линкот, имате пристап до симулација со помош на која можете да ја измерите брзината на проток на флуид при различни напречни пресеци на струјната цевка.

https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/fluid-pressure-and-flow/latest/fluid-pressure-and-flow.html?simulation=fluid-pressure-and-flow&locale=mk .

Како се доаѓа теориски до равенката на континуитет?

Да го разгледаме подетално движењето на стационарен флуид низ проточна цевка со различен напречен пресек, претставено на слика 5. Масата на флуидот што поминува низ струјната цевка е иста, $m_1 = m_2$. Масата ја изразуваме преку волуменот и густината, $m = \rho \cdot V$ и запишуваме $\rho_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot V_2$. Но, бидејќи течноста е некомпресибилна, густината е иста насекаде, па всушност волуменот што поминува низ цевката е ист: $V_1 = V_2$.

Во некој временски интервал Δt, низ напречниот пресек S_1 и S_2 флуидот поминува пат $\Delta x_1 = v_1 \cdot \Delta t$ и $\Delta x_2 = v_2 \cdot \Delta t$. Волуменот може да го запишеме како производ од плоштината на напречниот пресек и изминатиот пат $V_1 = S_1 \cdot \Delta x_1$ и $V_2 = S_2 \cdot \Delta x_2$. Со замена за изминатиот пат се добива

Временскиот интервал е ист, па се крати. Оттука ја добиваме формата на равенката на континуитет што ја видовме погоре:

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

Ако сакаш да знаеш повеќе

Волуменски проток

Колкав волумен на флуид ќе протече низ напречните пресеци и со која брзина ќе се движи флуидот се одредува со физичката величина наречена волуменски проток Q.

Односот на волуменот на флуидот, кој во единица време поминува низ даден напречен пресек, го дава волуменскиот проток *Q*.

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

со замена за волуменот $V = S \cdot \Delta x$ и изминатиот пат $\Delta x = v \cdot \Delta t$, се добива

$$Q = \frac{S \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t}$$

ја добиваме равенката за волуменски проток

$$Q = S \cdot v$$

Бидејќи производот $S \cdot v$ е константен, брзината на проток ќе се зголемува онаму каде што цевката се стеснува и ќе се намалува каде што цевката се шири. Всушност, можеме

да кажеме дека брзината на протокот е обратнопротпорционална на површината на пресекот или на квадратот на радиусот на цевката.

Решен пример 2:

Низ цевка, со различен дијаметар, тече вода. Пресметај го волуменскиот проток на водата во делот од цевката со радиус $r = 3,5\ \text{cm}$, ако брзината на проток е $v = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Дадено:

$r = 3,5\ \text{cm};\ v = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Се бара:

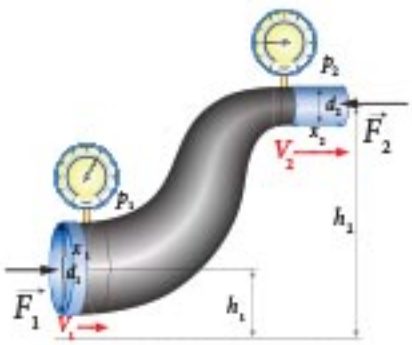
$Q = ?$

Решение:

$$Q = S \cdot v = r^2 \pi v = \left(3,5 \cdot 10^{-2}\right)^2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 192,325 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$



▲ **Слика 7.** Цевка со променлив напречен пресек.



▲ **Слика 8.** Накосена цевка со различен напречен пресек

Бернулиева равенка

Потсетете се на цевката со различни напречни пресеци од слика 5. Во делот со помал напречен пресек, флуидот тече побрзо. Ако поставите манометар пред и после стеснувањето, ќе забележите нешто интересно: притисокот зад стеснувањето е поголем отколку после него. Ова може да се види на слика 7, каде што е претставена цевка со променлив напречен пресек, со два отвора на долниот крај каде што е поврзан манометар. Ученичката дува во цевката од едната страна. Притисокот во делот каде што цевката е потесна е помал. Знаеме дека тука брзината е поголема, значи: кога брзината расте, притисокот опаѓа.

Оваа поврзаност на брзината и притисокот е конкретен пример на поширок принцип кој важи за флуиди во движење - Бернулиев принцип. Со помош на слика 8 ќе го изведеме изразот кој ја дава поврзаноста на овие физички величини.

На сликата е претставена накосена струјна цевка низ која тече стационарен флуид (течност). Произволно избраните напречни пресеци S_1 и S_2 се на различна висина h_1 и h_2. Силата $\vec{F}_1$ врши притисок p_1 на напречниот пресек S_1. Надворешната сила $\vec{F}_2$, врши притисок p_2, на напречниот пресек S_2. Во услови кога силата F_1 ќе биде поголема од силата F_2, течноста ќе се движи во насока од S_1 кон S_2. За определено време Δt, низ напречниот пресек ќе помине течност со маса m и волумен V.

При движењето силата $F_1 = p_1 \cdot S_1$ врши позитивна работа A_1, придвижувајќи ја течноста со маса m , на растојание x_1, со брзина v_1, за време Δt.

$$A_1 = F_1 \cdot x_1 = p_1 \cdot S_1 \cdot x_1 = p_1 \cdot S_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t$$

Силата F_2, врши негативна работа A_2, бидејќи е во спротивна насока од насоката на движење на течноста. За истото време Δt, работата која ја врши силата ќе биде:

$$A_2 = -F_2 \cdot x_2 = -p_2 \cdot S_2 \cdot x_2 = -p_2 \cdot S_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t$$

При движењето на течноста со маса m, низ напречниот пресек S_1, има кинетичка енергија E_{k1}

$$E_{k1} = \frac{m \cdot v_1^2}{2}$$

При движењето на течноста со маса m, низ напречниот пресек S_2, има кинетичка енергија E_{k2}

$$E_{k2} = \frac{m \cdot v_2^2}{2}$$

Потенцијалната енергија што ја има течноста во напречните пресеци S_1 и S_2, кои се наоѓаат на висина h_1 и h_2 во однос на хоризонталната подлога ќе биде:

$$E_{p1} = m \cdot g \cdot h_1 \quad \text{и} \quad E_{p2} = m \cdot g \cdot h_2$$

Според законот за запазување на енергијата, вкупната извршена работа е еднаква на збирот од промената на кинетичката и потенцијалната енергија:

$$A_1 + A_2 = \Delta E_k + \Delta E_p$$

$$\Delta E_k = \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_1^2}{2}$$

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot h_2 - m \cdot g \cdot h_1$$

Откако ќе ги замените изразите за работа и енергија, равенката ќе се запише во обликот

$$p_1 \cdot S_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t - p_2 \cdot S_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t = \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_1^2}{2} + m \cdot g \cdot h_2 - m \cdot g \cdot h_1$$

Ја средуваме равенката на тој начин што од едната страна на равенството се запишуваат членовите кои важат за напречниот

пресек S_1, а од другата страна сите членови кои важат за напречниот пресек S_2.

$$p_1 \cdot S_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t + \frac{m \cdot v_1^2}{2} + m \cdot g \cdot h_1 = p_2 \cdot S_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t + \frac{m \cdot v_2^2}{2} + m \cdot g \cdot h_2$$

Согласно со равенката на континуитет: $S_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t = S_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t = V$

$$p_1 \cdot V + \frac{m \cdot v_1^2}{2} + m \cdot g \cdot h_1 = p_2 \cdot V + \frac{m \cdot v_2^2}{2} + m \cdot g \cdot h_2$$

Бернулиевата равенка важи за било кои две точки (или напречни пресеци) по должината на цевката. Затоа равенката може да се запише и во овој облик:

$$p \cdot V + \frac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot h = const$$

Вкупната енергија на флуидот при движењето не се менува. Збирот од волуменската $p \cdot V$, кинетичката $\frac{m \cdot v^2}{2}$ и потенцијалната енергија $m \cdot g \cdot h$ на флуидот е константен.

Во последната равенка, за маса запишуваме: $m = \rho \cdot V$, а потоа делиме со волуменот V.

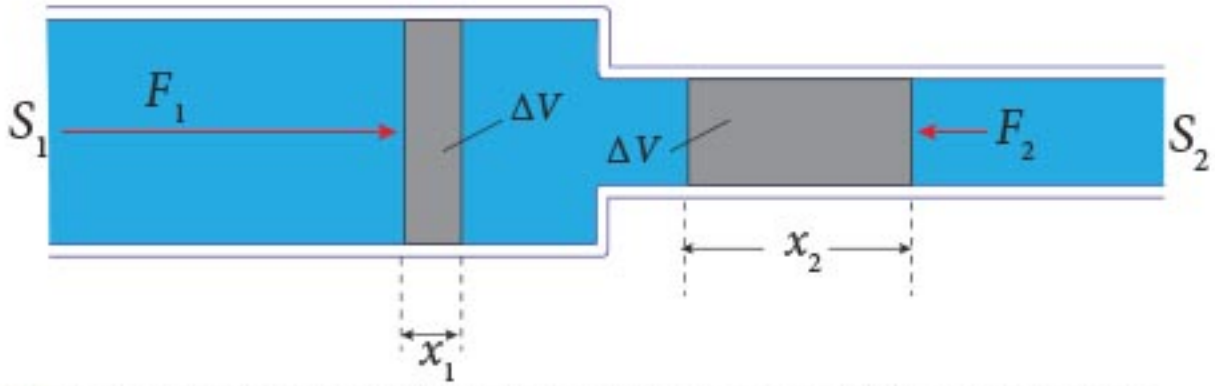
Равенката ќе го добие обликот:

$$p + \frac{\rho \cdot v^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h = const$$

При стационарно движење на флуидот низ струјната цевка, збирот од статичкиот, динамичкиот и хидростатскиот притисок, низ било кој дел од неа, останува константен.

За хоризонтално поставена струјна цевка (слика 9), Бернулиевата равенка ќе биде

$$p + \frac{\rho \cdot v^2}{2} = const$$



▲ **Слика 9.** Проточна цевка со различен напречен пресек, каде што се обележани два еднакви волумени на течност. Течноста се движи кон десно.

Примери за Бернулиева равенка

Бернулиевата равенка може да се примени во решавање на конкретни проблемски ситуации. Една од нив е определување на брзина на истекување на течност од мал отвор. Садот во кој се наоѓа течноста е со многу поголем напречен пресек во однос на напречниот пресек на отворот.

Решен пример 3:

Торичелиева теорема

Во еден магацин се наоѓа метален резервоар висок 1,5 m, исполнет целосно со вода. На дното од резервоарот се наоѓа мал отвор со дијаметар од 1,8 cm, преку кој водата истекува и паѓа директно во кофа поставена под отворот. Со која брзина ќе истекува водата од резервоарот во моментот кога тој е целосно полн?

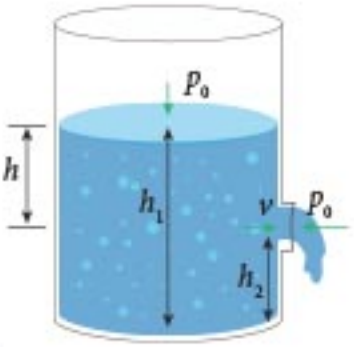
Дадено: **Се бара:**

$h = 1,5\text{m}$ $v = ?$

Решение:

За да можеме да ја пресметаме брзината на истекување на водата од резервоарот, треба да тргнеме од Бернулиевата равенка. Ја разгледуваме површината на течноста во резервоарот и површината на течноста кај отворот.

$$p_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_1 = p_2 + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_2$$



▲ **Слика 10.** Резервоар полн со вода којашто истекува низ мал отвор; Торичелиева теорема

Пример 4:

Според условите на проблемот (слика 10): $p_1 = p_2 = p_0$ е атмосферскиот притисок; v_1 е брзината на движење на водата во резервоарот, а бидејќи резервоарот е со многу поголем напречен пресек можеме да сметаме $v_1 \approx 0$; h е висината над отворот, која е еднаква на разликата од висините на двете површини $h = h_1 - h_2$; ρ е густината на водата во резервоарот; g е гравитационото забрзување.

Според овие услови Бернулиевата равенка ќе биде:

$$p_0 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_1 = p_0 + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_2$$

$$g \cdot h_1 - g \cdot h_2 = \frac{v_2^2}{2};$$

$$g(h_1 - h_2) = \frac{v_2^2}{2}$$

$v_2 = v$ - брзината со која истекува течноста низ мал отвор

од овде се добива изразот за брзината:

$$v = \sqrt{2gh}$$

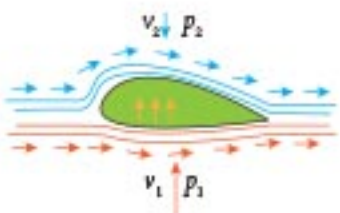
Со замена на дадените вредност во примерот, може да се определи колкава е брзината со која истекува водата од резервоарот.

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,5} = \sqrt{29,43}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 5,42\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Објаснението на брзината на полнење и празнење на резервоарите со вода во подморниците го дава Торичелиевата теорема.

Како летаат авионите?

Аеродинамична форма е специфичен облик на тело кое овозможува најмал можен отпор при движење низ воздухот. Протокот на воздухот рамномерно се распоредува околу телото. Основна цел на аеродинамичниот дизајн на телата е да се намалат турбуленциите, да се намали триењето со воздухот и да се зголеми поткревната сила. Според Бернулиевата равенка, кај аеродинамичното тело, воздухот што се движи над крилото има поголема брзина од воздухот што се движи под него. Таму каде што брзината е поголема, статичкиот притисок е помал. Тоа е основата и на летањето, но и на стабилното движење на копнените и водените тела.



▲ **Слика 11.** Аеродинамична форма

Крилото на авионите е дизајнирано со аеродинамична форма (слика 11), од едниот крај заоблено, а од другиот крај рамно и

благо закривено. На тој начин воздухот се движи со поголема брзина над крилото и се создава помал статички притисок, додека брзината на воздухот под крилото е помала, а статичкиот притисок е поголем. Така се создава поткревна сила која го одржува авионот во воздух (слика 12).



▲ Слика 12. Поткревна сила кај авион

Поткревната сила кај авионите се објаснува преку Бернулиева равенка:

$$p_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_1 = p_2 + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_2$$

Горниот и долниот дел од крилото на авионот се приближно на иста висина $h_1 = h_2$, па равенката може да се запише во облик

$$p_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2}$$

Бидејќи брзината над крилото од авионот v_2 е поголема од брзината под крилото под авионот

v_1 ($v_2 > v_1$), тогаш статичкиот притисок $p_1 > p_2$.

Поради разликата на притисоците се јавува поткревна сила со насока вертикално нагоре.

Пример 5:

Безбедност во сообраќајот.

Познавањето на законите кои го опишуваат движењето (струењето) на воздухот е значајно за безбедноста во сообраќајот.

Понекогаш автомобилите доаѓаат многу блиску еден до друг, на пример кога се претекнуваат, кога поминуваат близу еден до друг во спротивни насоки, или кога еден од нив е застанат. Ако растојанието помеѓу автомобилите е мало кога тие се движат со големи брзини, постои поголема опасност да се судрат.

Кога растојанието помеѓу нив е мало, тогаш брзината на струење на воздухот е големо. Ваквата ситуација е слична на намалување на напречниот пресек на цевката низ која тече флуид. Тоа значи дека таму ќе дојде до зголемување на динамичкиот а намалување на статичкиот притисок. Статичкиот притисок помеѓу возилата ќе биде помал од атмосферскиот притисок од надворешните страни на возилата што ќе доведе до нивно приближување.

Внимавај:

Никогаш не вози со голема брзина и не приближувај се до други возила или до други тела!

Активност

Со помош на пинг-понг топче и инка можеш да направиш едноставен експеримент. Инката со поширокиот дел сврти ја надолу и со рака држи пинг-понг топче. Во моментот кога ќе почнеш силно да дуваш во тесниот дел од инката пушти го топчето и објасни што ќе забележиш.

Ако сакаш да знаеш повеќе:



▲ **Слика 13а.** Траекторијата на фудбалската топка при е-фе ударот е закривена

Што се случува при е-фе ударот во фудбалот (слика 13а)? Зошто топката не се движи во насоката во која фудбалерот ја шутнал, туку таа закривува? Овој ефект се нарекува Магнусов ефект, во чест на германскиот физичар Хенрих Густав Магнус кој во 1852 година го опишал ефектот. Оваа појава настанува кога некое тело, на пример фудбалската топка, ротира при движењето низ воздухот: и истата се објаснува преку Бернулиевата равенка.

Топката поради шутот се движи низ воздухот, но поради релативноста на движењата, ако го поставиме референтниот систем во топката, воздухот ќе биде тој што се движи. Доколку топката не ротира, брзината на воздухот во однос на топката ќе биде ист во сите насоки околу топката. Кога ротира, топката го „влече" слојот воздух што се наоѓа директно околу неа, па тој почнува да ротира во иста насока како топката.



▲ **Слика 13б.** Објаснување на Магнусовиот ефект при е-фе ударот во фудбалот

Овие две движења на воздухот во однос на топката се собираат. Да разгледаме случај кога топката ротира во насока обратна од стрелките на часовникот, која се движи кон десно, така што воздухот во однос на неа се движи кон лево (слика 13б). Тогаш, вкупната брзина на воздухот над топката ќе биде поголема, бидејќи брзината на шутот и брзината на ротацијата се во иста насока, па се собираат: $v_{горе} = v_{воздух} + v_{ротација}$. На спротивниот крај, брзината на воздухот ќе се намали, бидејќи овој пат брзината на шутот и брзината на ротацијата се во спротивна насока и тие се одземаат: $v_{долу} = v_{воздух} - v_{ротација}$.

Динамичкиот притисок е поголем кога флуидот се движи со поголема брзина (што е случајот горе). Според Бернулиевата равенка, онаму каде што е динамичкиот притисок поголем, хидростатскиот притисок е помал. Тоа значи дека хидростатскиот притисок ќе биде поголем на спротивниот крај, долу. На двата краја на топката има разлика во притисоците што доведува до појавување на сила на притисок. Оваа сила доведува до закривување на траекторијата што подразбира дека телото има центрипетално забрзување, нормално на насоката на движење. Во Тема 2 видовме дека центрипетално забрзување ја менува насоката на движење на телото.

Знаеш ли дека...?

Даниел Бернули (Daniel Bernoulli), 1700 – 1782, е швајцарски математичар, физичар, проповедник и философ. Еден од најголемите научници во своето време. Професор по математика и член на Академијата на науки во Санкт Петербург. Професор по анатомија и физиологија во академијата на Базел. Раководител на катедрата по физика и професор по експериментална физика на истата академија. Како математичар работи врз теоријата на диференцијални равенки, теорија на веројатност со примена на статистика и теорија на редови. Во физиката е најпознат како основоположник на хидродинамиката. Во делото „Хидродинамика или записи за силите и движењата на течностите“ (1738) разработува проблеми од хидродинамика, но и од хидростатика и хидраулика. Во ова дело од 13 поглавја е изведен основниот закон за течности во движење, врз основа на запазувањето на механичката енергија на нестислив флуид во движење, познат како Бернулиева равенка.

Амелија Ерхарт (Amelia Earhart), 1897 – 1937, е американска воздухопловка и авторка. Таа е една од најзначајните личности во историјата на воздухопловството. Летала во време кога авионите биле сè уште нова технологија, а бројот на пилоти бил ограничен. Обучена е како пилот во 1921 година, а само една година подоцна го добила својот пилотски сертификат од Националната воздухопловна асоцијација. Истата година го поставила и својот прв рекорд – искачување на висина од 4 300 метри, највисок постигнат од жена дотогаш.

Најголемиот успех го постигнала во 1932 година, кога со авион Lockheed Vega 5B, самостојно полетала од Њуфаундленд, Канада, и по речиси 15 часа слетала во Ирска. Со овој подвиг станала првата жена што самостојно го прелетала Атлантскиот Океан, што претходно го имал постигнат само Чарлс Линдберг.

Во текот на кариерата, Амелија поставила многу рекорди во брзина, височина и должина на летови. Учествувала и во дизајнот на авионите со кои летала и била активна членка на The Ninety-Nines, меѓународна организација на жени пилоти.

Во 1937 година започнала обид за обиколување на светот по екваторијална патека, но исчезнала над Пацификот и нејзината судбина останува непозната.

Амелија активно се борела за родова рамноправност, охрабрувајќи ги девојчињата и жените да учат, да истражуваат и да сонуваат големи соништа – без оглед на тоа што општеството очекува од нив. Таа покажала дека науката, технологијата и авијацијата не се машки ниту женски – туку човечки области, отворени за секого што има љубопитност и храброст.

Прашања и задачи:

1. Што објаснува равенката на континуитет?
2. Кога течноста се движи низ цевка со различни напречни пресеци има промена на брзината на течењето. Објасни зошто се случува тоа.
3. Кои материјали ти се потребни за да направиш манометар? Спроведи експеримент со манометарот што си го направил.

4. Со дијаграм претстави ги силите кои му дејствуваат на телото на човекот при пливање.
5. Направи истражување на тема: „Влијание на аеродинамичната форма на болидот врз неговата брзина и стабилноста“
6. Дискутирајте на тема: „ Физиката ни помага да ја зголемиме безбедноста во сообраќајот“.
7. Објасни како со помош на замислени струјни линии може да се определи правецот, насоката и интензитетот на брзината на флуидот во која било точка од струјната цевка во која се движи.
8. Истражи за аеродинамични тела. Со помош на Бернулиевата равенка објасни два примери кои ги имаш најдено при истражувањето.
9. При стационарно движење на еден идеален флуид низ цевка со напречен пресек S_1, во еден момент флуидот преминува во цевка со површина на напречен пресек три пати поголема. Притоа брзината се намалува за $4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Пресметај ја брзината на флуидот и во двете цевки.
10. Црево се искачува на скала висока 30 cm. Брзината на водата во цревото на дното од скалата е 1,5 m/s, а плоштината на напречниот пресек на цревото на врвот од скалата е половина од плоштината на напречниот пресек на дното. Ако притисокот на водата на дното од скалата е 150 kPa, колку е статичкиот притисок на водата на врвот од скалата?
11. Во цилиндрична цевка со радиус на напречниот пресек од $r = 12$ cm, стационарно поминува течност со брзина од $v = 9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Цевката се дели на две потесни цилиндрични цевки, чиј однос на радиусите е $\frac{r_1}{r_2} = 2$. Брзините на движењето на флуидот во двете потесни цевки се $v_1 = 12\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ и $v_2 = 15\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Пресметај ги радиусите на соодветните цевки.

Резиме:

- Супстанциите кои можат да течат се нарекуваат флуиди.
- Надворешната сила низ флуидите се пренесува во сите насоки рамномерно.
- Густината се изразува со равенката $\rho = \frac{m}{V}$.
- Притисок се дефинира како однос помеѓу големината на силата (F) и плоштината на површината на која дејствува таа сила (S)

$$p = \frac{F}{S}$$

- Единица мерка за притисок е паскал: $1\mathrm{Pa} = 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$
- Притисокот кај флуидите во затворен сад се пренесува еднакво до секоја точка на течноста и до ѕидовите од садот.

- Врз основ на Паскаловиот закон функционираат (работат) повеќе машини кои се користат во секојдневниот живот. Во хидрауликата овој притисок се нарекува хидрауличен притисок.
- Притисокот кој се појавува во течностите и зависи од длабочината и густината на течноста се вика хидростатски притисок.
- Хидростатскиот притисок може да се определи со равенката $p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$
  P_0 - атмосферски притисок
- Систем од садови на кои со дното се поврзани помеѓу себе при што течноста може лесно да преминува од еден во друг сад, претставува систем на сврзани садови.
- Манометарот е инструмент со помош на кој можеме да го измериме притисокот во споредба со атмосферскиот или со некој друг притисок.
- Архимедова сила е силата со која флуидот му дејствува на тело потопено во него и по големина е еднаква на тежината на истиснатиот флуид.
- Волуменот на потопеното тело е еднаков на волуменот на истиснатата течност.
  $F = \rho \cdot g \cdot V$
- Кога густината на телото е помала од густината на течноста, телото ќе исплива на површината на течноста и велиме дека телото плива.
- Кога густината на телото е еднаква со густината на течноста, телото ќе лебди.
- Кога густината на телото е поголема од густината на течноста, телото тоне.
- Архимедовиот закон има важна примена при објаснување на условите за пливање, лебдење и тонење на пловните објекти, како што се бродови и подморници.
- Аеродинамична форма е мазна, правилно поставена форма на телото при што би се намалил отпорот на воздухот.
- Производ од површината S на напречниот пресек на цевката и брзината v со која флуидот се движи стационарно, низ кој било дел од цевката не се менува. Ова се нарекува равенка на континуитет и се пресметува како: $S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$
- При мирување или стационарно движење на флуидот низ струјната цевка, збирот од статичкиот, динамичкиот и хидростатскиот притисок, низ кој било дел од неа, останува константен.

  За накосена цевка $$p + \frac{\rho \cdot v^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h = const$$

  За хоризонтално поставена цевка: $$p + \frac{\rho v^2}{2} = const$$
- Преку Торичелиева теорема можеме да ја пресметаме брзината со која истекува флуид низ течности со мал отвор:
  $v = \sqrt{2gh}$
- Поткревна сила е силата која се појавува како резултат на разликата во притисоците од едната и другата страна на телото. Таа сила се појавува и кај крилата од авионите, со што е овозможено нивното летање.
- Бернулиевата равенка дава објаснение во секојдневниот живот и сфаќањето на оваа равенка е од особена важност за безбедноста на луѓето.
- Внимавај: Никогаш не вози со голема брзина и не приближувај се до други возила или останати тела!

Тема 4 ПРОВЕРИ КОЛКУ НАУЧИ

1. Паскалов закон за флуиди кажува дека:
   а) притисокот во флуидите се пренесува само вертикално;
   б) секој дел од течноста има различен притисок;
   в) притисокот во флуидите се пренесува подеднакво во сите насоки;
   г) притисокот во флуидите зависи од температурата.

2. Хидростатскиот притисок во некоја течност зависи:
   а) само од густината на течноста;
   б) само од длабочината на течноста;
   в) од густината, длабочината и гравитационото забрзување;
   г) од масата и температурата на течноста.

3. Архимедовата сила зависи од:
   а) волуменот на потопениот дел и густината на телото;
   б) масата на телото;
   в) волуменот на потопениот дел на телото и густината на течноста;
   г) длабочината на потопувањето.

4. Телото потопено во течност лебди ако:
   а) има помал волумен од течноста;
   б) има поголем волумен од течноста;
   в) има иста густина како течноста;
   г) има поголема густина од течноста.

5. Според равенката на континуитет:
   а) производот од брзината на флуидот и површината на напречниот пресек не се менува;
   б) брзината на флуидот не зависи од напречниот пресек на струјната цевка;
   в) брзината на флуидот е иста во секој дел од цевката;
   г) количникот на брзината и површината на напречниот пресек на струјната цевка не се менува.

6. Ако течноста преминува од поширок во потесен дел од струјната цевка, нејзината брзина:

   а) останува иста;

   б) се намалува;

   в) се зголемува;

   г) може да се намали или да остане иста.

7. Бернулиевата равенка ги поврзува:

   а) волуменската, кинетичката и потенцијалната енергија на флуидот;

   б) маса, густина и температура на флуидот;

   в) аголна и линиска брзина на флуидот;

   г) кинетичка енергија и температура на флуидот.

9. Кога автомобил ќе нагази врз слој масло, тој:

   а) го зголемува триењето со патот;

   б) го намалува притисокот на гумите;

   в) ја губи контролата поради намален отпор;

   г) го зголемува притисокот на сопирачките.

10. Објасни зошто со хидраулична дигалка, користејќи мала сила можеме да кренеме автомобил.

11. Зошто во хидраулични системи се користат некомпресибилни течности?

12. Зошто хидростатскиот притисок мерен на иста длабочина во морето е повисок отколку во базен?

13. Објасни зошто при силен ветер може да се подигне покривот на куќа.

14. Зошто е важно во бродовите товарот да биде рамномерно распореден?

15. Што ќе се случи ако во хидрауличен систем (пр. сопирачки) влезе воздух? Зошто тоа претставува опасност во сообраќајот?

16. Замисли дека си инженер кој дизајнира нов тип автомобилски сопирачки. Кои карактеристики на течности би ги земал предвид за тие да бидат ефикасни и безбедни?

17. Објасни како динамиката на флуиди помага во подобрување на безбедноста кај автомобилите што се движат со голема брзина.

18. Предложи начин на подобрување на дизајнот на поморски брод за да се спречи превртување при силни бранови. Како механиката на флуиди може да помогне? (насоки: поврзи го со потисок, центар на маса, облик на корпусот)

19. Замисли дека си пилот на балон на топол воздух. Што ќе се случи ако температурата на воздухот во балонот нагло се намали? Зошто?

20. Во случај на судир, зошто автомобилите користат течни амортизери и воздушни перничиња? Како тие ја распоредуваат енергијата од ударот?

21. Најдлабоката точка во Тихиот Океан, Маријанскиот ров, длабока е 10 984 m. Ако за средна густина на океанската вода се земе $\rho = 1020\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, пресметај го хидростатскиот притисок за дадената длабочина. ($g = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

22. Во една хоризонтално поставена цевка, водата преминувајќи од поширок во потесен дел од цевката со три пати помал напречен пресек, брзината на водата ќе се зголеми за $20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Да се пресмета брзината на водата во поширокиот дел од цевката.

23. Плоча со маса $m = 200$ g плива на вода. Одредете ја висината на плочата над површината на водата ако плоштината на широката страна на плочата е $S = 40\ \text{cm}^2$, а нејзината дебелина е $d = 6$ cm.

24. На помалиот клип од хидрауличната преса дејствува сила од $F_1 = 2$ kN, при што клипот се поместува за растојание од $h_1 = 5$ cm. Поради тоа, клипот со поголема плоштина се придвижува за $h_2 = 5$ mm. Колкава сила дејствува на поголемиот клип?

25. Плоштините на клиповите од хидрауличната преса се $S_1 = 10\ \text{cm}^2$ и $S_2 = 100\ \text{cm}^2$. Со колкава сила треба да се дејствува на клипот со помала плоштина, за да на клипот со поголема плоштина дејствува сила од $F_2 = 200$ kN.

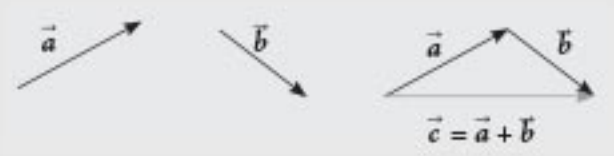
26. На помалиот клип од хидрауличната преса дејствува сила од $F_1 = 2$ kN, при што клипот се поместува за растојание од $h_1 = 5$ cm. Тогаш клипот со поголема плоштина се придвижува за $h_2 = 5$ mm. Колкава сила дејствува на поголемиот клип?

ДОДАТОЦИ

Додаток 1: Вектори и операции со вектори

Собирање на вектори

Правило на триаголник



Слика 1.1

Правило на паралелограм



Слика 1.2

Правило на полигон



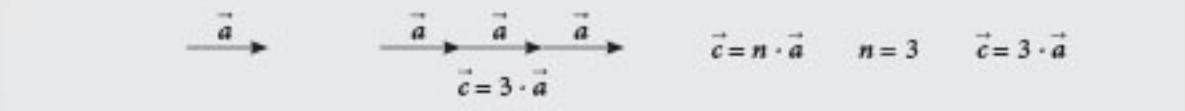
Слика 1.3

Одземање на вектори



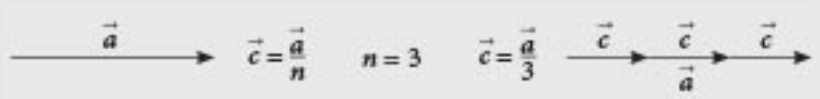
Слика 1.4

Множење на вектор со скалар



Слика 1.5

Делење на вектор со скалар



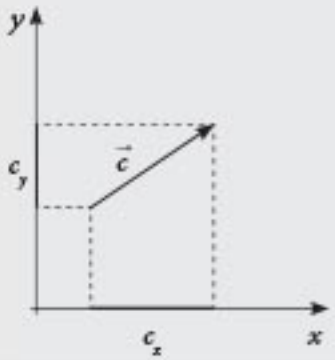
Слика 1.6

Делење на колинеарни вектори



Слика 1.7

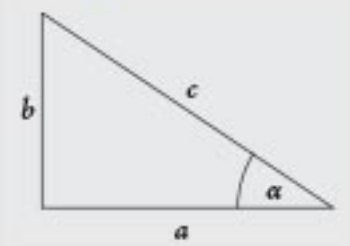
Проекција на вектор во даден рамнински координатен систем



c_x – проекција на $\vec{c}$ во однос на x оска
c_y – проекција на $\vec{c}$ во однос на y оска

Слика 1.8

Тригонометриските функции се однесуваат за правоаголен триаголник.



Слика 2.1

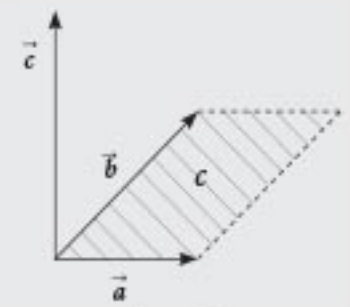
$$sin\alpha = \frac{b}{c} \qquad cos\alpha = \frac{a}{c} \qquad tg\alpha = \frac{b}{a} \qquad ctg\alpha = \frac{a}{b}$$

Скаларен производ

$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot cos\sphericalangle\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$$

Векторски производ

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} \qquad c = a \cdot b \cdot sin\sphericalangle\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$$



Слика 2.2

Додаток 3: Некои карактеристики за Сонце, Земја и Месечина

Величина	Ознака	Сонце	Земја	Месечина
Маса (kg)	M	$2 \cdot 10^{30}$	$6 \cdot 10^{24}$	$7{,}3 \cdot 10^{22}$
Радиус (km)	R	696000	6371	1738
Волумен (km^3)	V	$1{,}4 \cdot 10^{18}$	$1 \cdot 10^{12}$	$2{,}2 \cdot 10^{10}$
Средно забрзување на слободното паѓање (m/s^2)	g	273,8	9,81	1,62
Растојание од Земјата (km) - најголемо - најмало - средно	r	 $147{,}1 \cdot 10^6$ $152{,}1 \cdot 10^6$ $149{,}6 \cdot 10^6$	 - - -	 356410 406740 384440

Додаток 4: Азбука која се користи во физиката

Име	Ознака	Име	Ознака	Име	Ознака	Име	Ознака
алфа	α A	ета	η H	ни	ν N	тау	τ T
бета	β B	тета	θ,ϑ Θ	кси	ξ Ξ	ипсилон	υ Υ
гама	γ Γ	јота	ς I	омикрон	o O	фи	φ Φ
делта	δ Δ	капа	κ K	пи	π Π	хи	χ X
епсилон	ε E	ламбда	λ Λ	ро	ρ P	пси	ψ Ψ
зета	ζ Z	ми	μ M	сигма	σ Σ	омега	ω Ω

Користена литература

Aki, A., Koşak, S., & Gür, S. (2004). *Mechanics*. Zimbak.

Brković, N. (2001). *Zbirka zadataka iz fizike, I dio*. LUK d.o.o., Zagreb

Duncan, T., & Kennett, H. (2014). *Cambridge IGCSE Physics (3rd ed.)*. Hodder Education

Guinness World Records. (n.d.). *Deepest descent in the sea by a manned vessel*. Retrieved June 10, 2025, од https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/deepest-descent-in-the-sea-by-a-manned-vessel

Hamper, C. (2009). *Higher Level Physics: Developed specifically for the IB Diploma*. Pearson Education.

Labor, I. (2004). *Fizika 1: Udžbenik za prvi razred gimnazije*. ALFA d.d.

Leduc, S. A., & Miller, J. (2013). *Cracking the AP Physics B Exam 2013*. Random House, Inc.

NASA. (n.d.). NASA: National Aeronautics and Space Administration. Retrieved June 10, 2025, од https://www.nasa.gov/

National Oceanic and Atmospheric Administration. (n.d.). Ocean Explorer. Retrieved June 10, 2025, од https://oceanexplorer.noaa.gov/

PhET Interactive Simulations. (n.d.). PhET: Free online physics, chemistry, biology, earth science and math simulations.

Reynolds, H. (n.d.). *Complete Physics for Cambridge Secondary 1*. Oxford University Press

Serway, R. A., & Faughn, J. S. (2006). *Physics*. Holt, Rinehart and Winston.

Tsokos, K. A. (2014). *Physics for the IB Diploma (6th ed.)*. Cambridge University Press.

University of Colorado Boulder. Retrieved June 10, 2025, од https://phet.colorado.edu/

Urone, P. P.; Hinrichs, R.; Gozuacik, F; Pattison, D. & Tabor, C. (2020), *OpenStax: Physics for High School*. Texas Education Agency (TEA).

Walker, J. S, (2016). *Physics*. James S. Walker, Western Washington University. (5th ed.). Pearson Education.

Young, H. D., & Geller, R. M. (2007). *College Physics (8th ed.)*. Pearson Education.

Андоновски, А., Митреска, З., Гершановски, Д., Стоименов, С. и Зајков, О. (2015). *Физика за IV година: Природно-математичко одделение, комбинација А*. Просветно дело АД, Скопје.

Петковски, Љ., и Мицевски, В. (1991). *Физика за I година: Природно-математичка струка*. Просветно дело.

Станковиќ, З., и Станковиќ, М. (2019). *Физика I: Збирка прашања и задачи со тестови*. Арс Ламина.

Чалуковиђ, Н. (2021). *Физика за први разред гимназије*. Круг.

Чаушевски К (2000). *Физика за II година*. Просветно дело АД, Скопје.